



TUGAS AKHIR - TE 141599

**KONTROL *TRACKING* PADA SISTEM PENDULUM
KERETA BERBASIS MODEL *FUZZY* TAKAGI-SUGENO
MENGUNAKAN PENDEKATAN PDC MODIFIKASI**

Nani Nur'aini Awab Putri
NRP 2212 106 079

Dosen Pembimbing
Dr. Trihastuti Agustinah, S.T., M.T.

JURUSAN TEKNIK ELEKTRO
Fakultas Teknologi Industri
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2015



FINAL PROJECT -TE 141599

***TRACKING CONTROL OF A PENDULUM CART
SYSTEM BASED ON TAKAGI-SUGENO FUZZY MODEL
USING PDC MODIFICATION APPROACH***

Nani Nur'aini Awab Putri
NRP 2212 106 079

Supervisor
Dr. Trihastuti Agustinah, S.T., M.T.

*ELECTRICAL ENGINEERING DEPARTMENT
Faculty of Industrial Technology
Sepuluh Nopember Institute of Technology
Surabaya 2015*

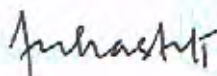
**KONTROL *TRACKING* PADA SISTEM PENDULUM KERETA
BERBASIS MODEL *FUZZY* TAKAGI-SUGENO
MENGUNAKAN PENDEKATAN PDC MODIFIKASI**

TUGAS AKHIR

Diajukan Guna Memenuhi Sebagian Persyaratan
Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Teknik
Pada
Bidang Studi Teknik Sistem Pengaturan
Jurusan Teknik Elektro
Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Menyetujui :

Dosen Pembimbing,



Dr. Trihastuti Agustinah S.T., M.T.

NIP : 1968 08 12 1994 03 2001



KONTROL *TRACKING* PADA SISTEM PENDULUM KERETA BERBASIS MODEL *FUZZY* TAKAGI-SUGENO MENGUNAKAN PENDEKATAN PDC MODIFIKASI

Nama : Nani Nur'aini Awab Putri
Pembimbing : Dr. Trihastuti Agustinah, S.T., M.T.

ABSTRAK

Sistem Pendulum Kereta merupakan salah satu contoh sistem nonlinear yang sering digunakan untuk menguji berbagai metode kontrol. Sistem kontrol dibutuhkan untuk menstabilkan dan membuat batang pendulum di sistem pendulum kereta pada posisi equilibriumnya yaitu pada sudut nol radian. Pada penelitian ini, permasalahan kontrol yang dibahas adalah *tracking*, yaitu memaksa kereta bergerak mengikuti sinyal referensi yang diberikan dengan tetap mempertahankan pendulum pada posisi terbalik. Sinyal referensi yang digunakan pada Tugas Akhir ini adalah sinyal sinusoidal. Model nonlinear Sistem Pendulum Kereta akan direpresentasikan dalam model *fuzzy* Takagi-Sugeno (T-S) untuk dua titik kerja. Berdasarkan model tersebut, aturan kontroler yang digunakan berdasarkan konsep *Parallel Distributed Compensation* (PDC) Modifikasi. Sistem kontrol *tracking* yang digunakan adalah model kompensator. *State feedback gain* dan *gain* kompensator diperoleh dengan menggunakan teknik *pole placement*. Kontroler hasil desain diuji melalui simulasi dan implementasi pada *plant* nyata Sistem Pendulum Kereta. Berdasarkan pengujian diperoleh hasil posisi kereta dengan PDC Modifikasi memiliki waktu yang lebih cepat dalam mengikuti sinyal referensi dibandingkan PDC Konvensional.

Kata Kunci : Sistem Pendulum Kereta, *Tracking*, Model Kompensator, *Fuzzy* Takagi-Sugeno, Metode *Pole placement*, PDC Modifikasi

---Halaman ini sengaja dikosongkan---

TRACKING CONTROL OF A PENDULUM CART SYSTEM BASED ON TAKAGI-SUGENO FUZZY MODEL USING PDC MODIFICATION APPROACH

Name : Nani Nur'aini Awab Putri
Supervisor : Dr. Trihastuti Agustinah, S.T., M.T.

ABSTRACT

Pendulum Cart System is an example of nonlinear system which is commonly used to examine the performance and the efficiency of various control methods. The control system is needed to stabilize and make the pendulum rod of Pendulum Cart System on equilibrium position. In this research, the control problem is tracking control, which forced the cart to track a given reference signal while the pendulum is in upright position. Reference signal used in this final project is a sinusoidal signal. Pendulum Cart System is represented by Takagi-Sugeno (T-S) fuzzy model for two operating systems. Based on T-S fuzzy model, controller rule with the concept of Parallel Distributed Compensation (PDC), which has been modified. Fuzzy tracking control scheme is designed by model compensator. State feedback gain and the gain compensator obtained using the pole placement technique. Controller design results is tested through simulation and implementation in a real plant Pendulum Cart System. Based on the test result obtained from the response of the cart position using PDC Modification is faster than that of The PDC Conventional to follow the reference signal.

Keyword : Pendulum Cart System, Tracking Control, Model of Compensator, Takagi-Sugeno Fuzzy, PDC Modification

---Halaman ini sengaja dikosongkan---

KATA PENGANTAR

Segala puji dan syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT karena atas segala rahmat, taufik, dan hidayah-Nya sehingga Tugas Akhir ini dapat terselesaikan dengan baik. Tugas Akhir dengan judul:

KONTROL *TRACKING* PADA SISTEM PENDULUM KERETA BERBASIS MODEL *FUZZY* TAKAGI-SUGENO MENGGUNAKAN PENDEKATAN PDC MODIFIKASI

dibuat untuk memenuhi persyaratan guna menyelesaikan pendidikan Strata-1 pada Bidang Studi Teknik Sistem Pengaturan, Jurusan Teknik Elektro, Fakultas Teknologi Industri, Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya.

Pada kesempatan ini penulis menyampaikan terima kasih atas segala bantuan dan dukungannya yang telah diberikan selama proses pembuatan Tugas Akhir ini kepada :

1. Kedua orang tua atas dukungan baik spiritual maupun material yang tak ternilai harganya.
2. Ibu Dr. Trihastuti Agustinah, S.T., M.T., selaku dosen yang membimbing dan memberikan sebagian ilmunya pada penulis. Bapak dan Ibu Dosen Teknik Sistem Pengaturan.
3. Seluruh rekan dari Tim Pendulum dan Tim *Robot Manipulator*, antara lain Syfa Almira, Septian Surya, Duli Ridlo, dan Ikhsan Eka yang telah memberikan dukungan dan semangat mengerjakan Tugas Akhir, serta Mas Andri Ashfahani untuk seluruh waktu dan ilmu yang diberikan kepada penulis dan rekan.
4. Semua pihak yang telah membantu penulis dalam penyelesaian Tugas Akhir ini yang tidak dapat kami sebutkan satu persatu.

Penulis menyadari masih banyak kekurangan dalam Tugas Akhir ini. Kritik dan saran untuk perbaikan tugas akhir ini sangat diperlukan. Semoga tugas ini dapat bermanfaat bagi kita semua. Semoga Tugas Akhir ini dapat memberikan manfaat dalam pengembangan ilmu pengetahuan dan teknologi.

Surabaya, Januari 2015
Penulis

---Halaman ini sengaja dikosongkan---

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
PERNYATAAN KEASLIAN TUGAS AKHIR	iii
HALAMAN PENGESAHAN	v
ABSTRAK	vii
<i>ABSTRACT</i>	ix
KATA PENGANTAR	xi
DAFTAR ISI.....	xiii
DAFTAR GAMBAR.....	xv
DAFTAR TABEL.....	xvii
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Perumusan Masalah	2
1.3 Tujuan Penelitian	2
1.4 Metodologi.....	3
1.5 Sistematika Penulisan	4
1.6 Relevansi.....	4
BAB II TEORI PENUNJANG	5
2.1 Tinjauan Pustaka	5
2.2 Sistem Pendulum Kereta	6
2.2.1 Model Fisik Sistem Pendulum Kereta	7
2.2.2 Model Matematika Sistem Pendulum Kereta	9
2.3 Linearisasi	12
2.4 Teori Logika <i>Fuzzy</i>	14
2.4.1 Himpunan <i>Fuzzy</i>	15
2.4.2 Fungsi Keanggotaan <i>Fuzzy</i>	15
2.4.3 Operasi Himpunan <i>Fuzzy</i>	18
2.4.4 Sistem Inferensi <i>Fuzzy</i>	18
2.5 Model <i>Fuzzy</i> Takagi-Sugeno (T-S).....	23
2.6 <i>Parallel Distributed Compensation</i> (PDC) Modifikasi.....	26
2.7 Model Kompensator.....	28
2.8 Teknik <i>Pole Placement</i>	30
BAB III PERANCANGAN SISTEM.....	33
3.1 Linearisasi Model Matematika Sistem Pendulum Kereta	33

3.2	Pemodelan <i>Fuzzy</i> Takagi-Sugeno.....	36
3.3	Perancangan <i>Fuzzy</i> T-S dengan PDC Modifikasi.....	39
3.4	Diagram Simulink untuk Simulasi dan Implementasi	42
BAB IV HASIL SIMULASI DAN IMPLEMENTASI		45
4.1	Variabel dan Parameter yang Digunakan	45
4.2	Hasil Simulasi.....	47
4.2.1	Hasil Simulasi dengan Berbagai Kondisi Awal	47
4.2.2	Hasil Simulasi dengan Kombinasi ω_n	50
4.2.3	Hasil Simulasi dengan Gangguan.....	52
4.2.4	Hasil Simulasi Perbandingan PDC Konvensional dan PDC Modifikasi	55
4.3	Hasil Implementasi	57
4.3.1	Hasil Implementasi Tanpa Gangguan	58
4.3.2	Hasil Implementasi dengan Gangguan.....	59
BAB V PENUTUP		63
5.1	Kesimpulan.....	63
5.2	Saran.....	64
DAFTAR PUSTAKA.....		65
LAMPIRAN A		67
A.1	Penurunan Persamaan <i>State</i> Sistem Pendulum Kereta	67
A.2	Elemen Matrik Linearisasi Model Sistem Pendulum Kereta....	72
LAMPIRAN B.....		75
B.1	Program untuk Linearisasi dan Menghitung Nilai Gain	75
B.2	Blok Diagram Simulink.....	77
RIWAYAT HIDUP.....		81

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1	Parameter-parameter Sistem Pendulum Kereta	9
Tabel 4.2	Nilai ω_n untuk Setiap Percobaan.....	45
Tabel 4.3	Nilai <i>Pole</i> (λ) untuk Setiap Percobaan	46
Tabel 4.4	Nilai K untuk Setiap Percobaan	46
Tabel 4.5	Nilai K_c untuk Setiap Percobaan	46
Tabel 4.6	Perbandingan Nilai Hasil Simulasi Respon dengan Berbagai Kondisi Awal.....	48
Tabel 4.7	Perbandingan Nilai Hasil Simulasi Respon Posisi Kereta dengan Berbagai Kombinasi ω_n	50
Tabel 4.8	Perbandingan Nilai Hasil Respon Simulasi Sudut Pendulum dan Sinyal Kontrol dengan Berbagai Kombinasi ω_n	52
Tabel 4.9	Waktu Penyimpangan Respon Hasil Simulasi dengan Gangguan.....	54
Tabel 4.10	Perbandingan Nilai Hasil Simulasi Respon Posisi Kereta PDC Konvensional dan PDC Modifikasi	56
Tabel 4.11	Perbandingan Nilai Hasil Simulasi Respon Sudut Pendulum dan Sinyal Kontrol PDC Konvensional dan PDC Modifikasi	56
Tabel 4.12	Waktu Penyimpangan Respon Hasil Implementasi dengan Gangguan	61

---Halaman ini sengaja dikosongkan---

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Sistem Pendulum Kereta Secara Keseluruhan	7
Gambar 2.2	<i>Positional Encoder</i>	8
Gambar 2.3	Bagian Mekanik dan Tata Letak Sensor Sistem Pendulum Kereta	8
Gambar 2.4	Diagram Fisik Sistem Pendulum Kereta	8
Gambar 2.5	Gaya-gaya yang Bekerja pada Gerak Translasi	10
Gambar 2.6	Linearisasi $y = f(x)$ pada Sekitar x^*	14
Gambar 2.7	Bentuk Fungsi Keanggotaan <i>Fuzzy</i>	17
Gambar 2.8	Struktur Dasar Sistem Inferensi <i>Fuzzy</i>	19
Gambar 2.9	Inferensi <i>Fuzzy</i> Mamdani Menggunakan Metode <i>Max-Min</i>	21
Gambar 2.10	Inferensi <i>Fuzzy</i> Mamdani Menggunakan Metode <i>Max-Product</i>	22
Gambar 2.11	Inferensi <i>Fuzzy</i> Sugeno Menggunakan Metode Defuzzifikasi <i>Center (Weighted) Average</i>	23
Gambar 2.12	Konsep <i>Parallel Distributed Compensation</i> (PDC)	25
Gambar 2.13	Struktur Umum dari Metode PDC Modifikasi	27
Gambar 2.14	Fungsi Keanggotaan untuk Dua <i>Gain</i> dengan Sifat yang Berbeda	27
Gambar 2.15	Sistem Kontrol <i>Tracking</i> Tipe Kompensator	30
Gambar 2.16	Sistem Kontrol <i>Tracking Fuzzy</i> Lokal ke- <i>i</i>	30
Gambar 3.1	Fungsi Keanggotaan untuk Aturan <i>Plant</i> dan Kontroler	39
Gambar 3.2	Susunan PDC Modifikasi untuk 2 Subsistem	39
Gambar 3.3	Fungsi Keanggotaan Sinyal Kontrol	40
Gambar 3.4	Diagram Simulink Sistem Kontrol untuk Simulasi	42
Gambar 3.5	Diagram Simulink Sistem Kontrol untuk Implementasi	43
Gambar 4.1	Respon Posisi Kereta untuk Berbagai Kondisi Awal	49
Gambar 4.2	Respon Sudut Pendulum untuk Berbagai Kondisi Awal	49
Gambar 4.3	Sinyal Kontrol untuk Berbagai Kondisi Awal	49
Gambar 4.4	Respon Posisi Kereta untuk Berbagai Kombinasi ω_n	50
Gambar 4.5	Respon Sudut Pendulum untuk Berbagai Kombinasi ω_n	51

Gambar 4.6	Sinyal Kontrol untuk Berbagai Kondisi ω_n	51
Gambar 4.7	Sinyal Gangguan pada Simulasi	53
Gambar 4.8	Respon Posisi Kereta dengan Gangguan	53
Gambar 4.9	Respon Sudut Pendulum dengan Gangguan	54
Gambar 4.10	Sinyal Kontrol dengan Gangguan.....	54
Gambar 4.11	Respon Posisi Kereta PDC Konvensional dan PDC Modifikasi.....	56
Gambar 4.12	Respon Posisi Sudut Pendulum PDC Konvensional dan PDC Modifikasi	57
Gambar 4.13	Sinyal Kontrol PDC Konvensional dan PDC Modifikasi.....	57
Gambar 4.14	Respon Posisi Kereta Hasil Implementasi	58
Gambar 4.15	Respon Sudut Pendulum Hasil Implementasi	59
Gambar 4.16	Sinyal Kontrol Hasil Implementasi.....	59
Gambar 4.17	Sinyal Gangguan.....	60
Gambar 4.18	Respon Posisi Kereta Hasil Implementasi dengan Gangguan.....	61
Gambar 4.19	Respon Sudut Pendulum Hasil Implementasi dengan Gangguan.....	61
Gambar 4.20	Sinyal Kontrol Hasil Implementasi dengan Gangguan	62
Gambar A.1	Ilustrasi Pendulum	71
Gambar A.2	Ilustrasi Momen Inersia Sistem Pendulum-Kereta	71

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Sistem Pendulum Kereta adalah suatu *plant* yang terdiri dari batang pendulum yang bersumbu pada kedua sisi kereta yang dapat bergerak pada suatu lintasan dengan sumbu vertikal. Karakteristik dari Sistem Pendulum-Kereta adalah nonlinear dan tidak stabil, sehingga untuk mengontrolnya diperlukan teknik kontrol yang tidak semudah pada sistem yang linear dan stabil. Saat ini pendulum kereta banyak digunakan di berbagai macam bidang. Di bidang teknik, pendulum kereta digunakan untuk memantau pergerakan fondasi bendungan, jembatan, dermaga dan struktur bangunan lainnya. Di bidang fisiologi dan ilmu olah raga, prinsip kerja pendulum kereta banyak digunakan untuk mengkaji keseimbangan gerak manusia.

Pada Sistem Pendulum-Kereta terdapat tiga masalah kontrol, yaitu *swing-up*, stabilisasi, dan *tracking*. *Swing-up* adalah proses mengayunkan batang pendulum dari posisi menggantung menuju posisi kereta. Selanjutnya, stabilisasi merupakan usaha yang dilakukan untuk menjaga posisi batang pendulum tetap berada dalam posisi terbalik serta menjaga pergerakan kereta sekecil mungkin. Sedangkan pada masalah *tracking*, kereta dikontrol agar bergerak mengikuti sinyal referensi dengan tetap mempertahankan batang pendulum pada posisi terbalik.

Beberapa tahun terakhir ini, model *fuzzy* Takagi-Seugeno (T-S) sering digunakan untuk mendesain sistem kontrol pada sistem nonlinear karena mampu merepresentasikan dinamika sistem nonlinear melalui sekumpulan model linear yang diperoleh dari linearisasi untuk daerah ruang *state* yang berbeda-beda. Aturan kontrol yang digunakan yaitu mengikuti kaidah *Parallel Distributed Compensation* (PDC), dimana aturan kontroler mengikuti aturan *plant*.

Pada [1]-[4] digunakan pendekatan model *fuzzy* T-S untuk mendesain kontroler *tracking*. Pada [1] digunakan kontrol *tracking* model *fuzzy* T-S menggunakan pendekatan BMI (*Bilinear Matrix Inequalities*). Dari penelitian ini didapatkan respon posisi kereta mampu mengikuti sinyal referensi yang diberikan serta nilai L^2 -Gain sistem dapat memenuhi kriteria yang diinginkan, yaitu kurang dari level pelemahan ρ . Selain itu penelitian lain menggunakan *Fuzzy Tracking*

Controller (FTC) berbasis model *fuzzy* T-S dengan menggunakan model referensi. *Gain* kontroler dihitung dengan menggunakan *Linear Matrix Inequalities* (LMI) [2]. FTC berbasis model *fuzzy* T-S dan kompensator dijelaskan pada [3]. Aturan kontrol disusun berdasarkan konsep PDC. FTC berbasis model *fuzzy* T-S dan kompensator mampu mengontrol posisi kereta untuk mengikuti sinyal referensi dengan mempertahankan kestabilan batang pendulum tetap pada posisi terbalik. Pada [4] digunakan model *fuzzy* T-S dengan aturan kontrol yang disusun berdasarkan konsep PDC yang telah dimodifikasi. Dari penelitian ini didapatkan hasil respon yang lebih cepat dari PDC konvensional. Dibandingkan dengan PDC konvensional, modifikasi PDC ini lebih dapat diterima karena tahan terhadap ketidakpastian dan upaya pengendalian masih disimpan di tingkat yang dapat diterima. Tetapi masalah kontrol yang dibahas pada penelitian ini yaitu mengenai stabilitas.

Oleh karena itu, permasalahan yang akan diselesaikan dalam Tugas Akhir ini adalah mengenai kontrol *tracking*. Penyelesaian masalah ini dilakukan dengan merancang kontroler berbasis model *fuzzy* T-S dan kompensator seperti pada [3] dengan aturan kontroler yang disusun dengan menggunakan konsep PDC modifikasi seperti pada [4]. Selain itu, akan digunakan teknik *pole placement* untuk mendapatkan *gain state feedback* dan *gain* kompensator.

1.2 Perumusan Masalah

Permasalahan yang akan dibahas pada Tugas Akhir ini adalah kontrol *tracking* dengan menggunakan desain kontrol *fuzzy* Takagi-Sugeno dan kompensator dengan aturan kontroler PDC Modifikasi. Gerak kereta akan dikontrol oleh sinyal referensi berupa sinyal sinusoidal agar tetap mempertahankan batang pendulum pada posisi terbalik (0 radian). *State feedback gain* dan *gain* kompensator akan diperoleh menggunakan teknik *pole placement*. Diharapkan dengan menggunakan metode PDC Modifikasi ini mampu menghasilkan respon yang lebih cepat dalam mengikuti sinyal referensi dan energi sinyal kontrol yang dihasilkan lebih kecil jika dibandingkan dengan PDC Konvensional.

1.3 Tujuan Penelitian

Penelitian pada Tugas Akhir ini bertujuan merancang kontrol *tracking fuzzy* Takagi-Sugeno menggunakan PDC Modifikasi yang akan

menggerakkan batang pendulum ke posisi terbalik (0 rad) dan diharapkan kereta mampu bergerak sesuai dengan sinyal referensi yang diberikan.

1.4 Metodologi

Metodologi yang digunakan dalam penyusunan Tugas Akhir ini antara lain:

1. Studi Literatur

Pada tahap ini akan mencari bahan pembahasan yang berhubungan dengan pengerjaan Tugas Akhir melalui media elektronik (internet) dan media cetak.

- Masalah-masalah yang ada pada Sistem Pendulum-Kereta
- Model *fuzzy* T-S dan konsep PDC Modifikasi
- Sistem kontrol *tracking* tipe kompensator

2. Pemodelan Sistem

Dalam pemodelan sistem pada pendulum kereta didapat dari hasil identifikasi fisik. Hasil pemodelan ini akan dibuat dalam persamaan *state space* yang selanjutnya akan digunakan untuk desain kontroler.

3. Perancangan Kontroler dan Simulasi

Setelah mendapatkan model matematika dari Sistem Pendulum-Kereta, dirancang kontroler model *fuzzy* T-S dan kompensator. Hasil Kontroler yang didesain akan disimulasikan menggunakan *software* MATLAB sebelum diimplementasikan ke dalam *real* sistem.

4. Implementasi

Hasil percobaan yang telah disimulasikan kemudian diimplementasikan pada *plant* “Digital Pendulum Mechanical Unit 33-200” secara langsung dan hasil yang diharapkan *plant* dapat bekerja mengikuti sinyal referensi dengan mempertahankan posisi batang pendulum dalam keadaan terbalik.

5. Penulisan Buku Tugas Akhir

Tahap akhir penelitian adalah menyusun laporan penelitian berupa buku tugas akhir yang terdiri dari pendahuluan, teori

penunjang, perancangan sistem kontrol, hasil simulasi dan implementasi, serta penutup.

1.5 Sistematika Penulisan

Untuk memudahkan pembahasan, maka tugas akhir ini akan dibagi menjadi lima bab dengan sistematika sebagai berikut:

BAB I : PENDAHULUAN

Bab ini berisi latar belakang, perumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, metodologi, sistematika penulisan, dan relevansi.

BAB II : TEORI PENUNJANG

Bab ini menjelaskan tentang tinjauan pustaka, konsep dasar dari sistem pendulum terbalik, teknik linearisasi pada model matematika nonlinear, teori *fuzzy*, sistem kontrol *tracking* yang meliputi pemodelan *fuzzy* T-S, PDC Modifikasi, kompensator, teknik *pole placement*.

BAB III: PERANCANGAN SISTEM KONTROL

Bab ini membahas perancangan algoritma kontrol untuk *tracking* berdasarkan teori penunjang yang telah dijelaskan pada Bab II.

BAB IV : HASIL SIMULASI DAN IMPLEMENTASI

Bab ini memuat hasil simulasi dan hasil implementasi beserta analisisnya.

BAB V : PENUTUP

Bab ini berisi tentang kesimpulan dan saran dari hasil pengujian yang telah diperoleh.

1.6 Relevansi

Hasil yang diperoleh dari Tugas Akhir ini diharapkan menjadi referensi perancangan desain kontroler pada Sistem Pendulum-Kereta. Selain itu juga untuk mengetahui pengaruh metode kontrol *fuzzy* T-S menggunakan PDC modifikasi.

BAB II TEORI PENUNJANG

Pada bab ini membahas mengenai teori penunjang untuk menyelesaikan Tugas Akhir. Teori penunjang yang mendasari penelitian ini adalah mengenai tinjauan pustaka, Sistem Pendulum Kereta (SPK), linearisasi, teori logika *fuzzy*, model *fuzzy* T-S, *Parallel Distributed Compensation* (PDC), model kompensator, dan teknik *pole placement*.

2.1 Tinjauan Pustaka

Terdapat beberapa metode penelitian yang diusulkan untuk mengatasi permasalahan *tracking* pada Sistem Pendulum Kereta. Di antaranya menggunakan kontrol *tracking* model *fuzzy* Takagi-Sugeno (T-S) menggunakan pendekatan BMI (*Bilinear Matrix Inequalities*). Dari penelitian yang dilakukan oleh Andri Ashfahani, diperoleh respon posisi kereta mampu mengikuti sinyal referensi yang diberikan serta nilai L^2 -Gain sistem dapat memenuhi kriteria yang diinginkan, yaitu kurang dari level pelemahan ρ [1]. Pada [2] dilakukan penelitian dengan menggunakan *Fuzzy Tracking Controller* (FTC) berbasis model *fuzzy* T-S dengan model referensi. Aturan kontrol disusun berdasarkan konsep *Parallel Distributed Compensation* (PDC). FTC yang dirancang menghasilkan respon yang cukup baik, *overshoot* semakin menurun dan keterlambatan waktu sangat kecil. Namun *gain* kontroler dihitung dengan menggunakan *Linear Matrix Inequalities* (LMI).

Pada [3] digunakan *Fuzzy Tracking Controller* (FTC) berbasis model *fuzzy* T-S dan kompensator. Aturan kontrol disusun berdasarkan konsep PDC. Hasil yang didapat bahwa FTC berbasis model *fuzzy* T-S dan kompensator mampu mengontrol posisi kereta untuk mengikuti sinyal referensi berupa sinyal sinusoidal dengan mempertahankan kestabilan batang pendulum tetap pada posisi terbalik. Sedangkan pada [4], digunakan model *fuzzy* T-S dengan aturan kontrol berdasarkan konsep PDC Modifikasi. Pada aturan kontrol PDC Modifikasi, sinyal kontrol akan dikelompokkan menjadi beberapa kondisi yang telah ditentukan (tinggi dan rendah). Hasil yang diperoleh pada PDC Modifikasi memiliki respon yang lebih cepat dibandingkan dengan PDC konvensional. Tetapi masalah kontrol yang dibahas oleh Kamran Vafaei dan Behdad Geranmehr hanya mengenai masalah stabilitasi.

Pada Tugas Akhir ini akan dilakukan perancangan kontrol *tracking* menggunakan model *fuzzy T-S* dan kompensator. *Gain* kompensator dan *gain* kontroler akan diperoleh dengan menggunakan teknik *pole placement*. Teori dasar yang digunakan sesuai pada [3] dengan aturan kontroler yang disusun berdasarkan konsep PDC modifikasi seperti pada [4].

Hasil desain kontroler ini akan diujikan pada simulasi dan implementasi. Model simulasi dirancang dengan menggunakan simulink MATLAB. Sedangkan untuk implementasi, hasil desain kontroler akan diujikan pada Sistem Pendulum Kereta dengan menggunakan “Digital Pendulum Mechanical Unit 33-200”.

2.2 Sistem Pendulum Kereta

Sistem Pendulum Kereta merupakan sistem nonlinear yang terdiri dari batang pendulum yang terpasang pada sebuah kereta sehingga batang pendulum tersebut dapat berayun bebas hanya pada bidang vertikal. Susunan rangkaian dari Sistem Pendulum Kereta secara keseluruhan dapat dilihat pada Gambar 2.1 sedangkan susunan serta tata letak sensor yang digunakan, dapat dilihat pada Gambar 2.3.

Pergerakan kereta dalam arah horisontal (ke kiri dan ke kanan) pada Sistem Pendulum Kereta menggunakan motor DC yang dihubungkan dengan *belt*. Untuk mengayunkan dan menyeimbangkan batang pendulum, kereta didorong maju dan mundur pada rel yang panjangnya terbatas.

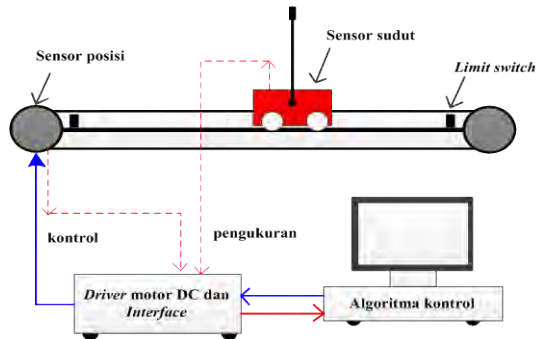
Pergerakan kereta ini tidak boleh melampaui panjang rel karena dapat merusak sistem. Oleh karena itu dipasang *limit switch* sebagai pengaman yang akan mematikan motor DC secara otomatis saat *limit switch* tertekan oleh kereta. Posisi kereta pada lintasan dapat dipantau melalui sensor posisi yaitu *position encoder*. Sedangkan sudut batang pendulum terhadap sumbu vertikal yang disebabkan dari gerakan kereta dapat dipantau oleh *angle encoder*.

Positional encoder (seperti pada Gambar 2.2) merupakan sensor posisi menggunakan sensor infra-merah untuk membaca putaran cakram (*disk*). Sensor ini dipasang pada sumbu motor DC. Pada cakram terdapat deretan lubang-lubang yang membentuk dua cincin dengan posisi yang berbeda antara cincin yang satu dengan yang lain. Pemancar dan penerima infra-merah diletakkan pada masing-masing sisi cakram, sehingga sinar infra-merah dapat melewati lubang pada saat cakram berputar. Lubang-lubang yang saling berpotongan antar kedua cincin

mengakibatkan pembacaan yang berbeda pada setiap arah putaran cakram, sehingga arah perpindahan kereta dapat ditentukan.

Dalam implementasi, digunakan Sistem Pendulum Kereta dari Kontroler Instruments Ltd. dengan tipe “*Digital Pendulum Mechanical Unit 33-200*”. Penerapan sistem kontrol dilakukan pada komputer dengan bantuan *software* MATLAB beserta Simulink. Komputer dan Sistem Pendulum Kereta terhubung melalui modul “*Digital Pendulum Controller 33-201*” sebagai kontroler antarmuka, serta *board* akuisisi data (DAQ) sebagai I/O pada komputer. Sinyal kontrol dari komputer keluar melalui *Digital to Analog Converter* (DAC) yang terdapat pada DAQ.

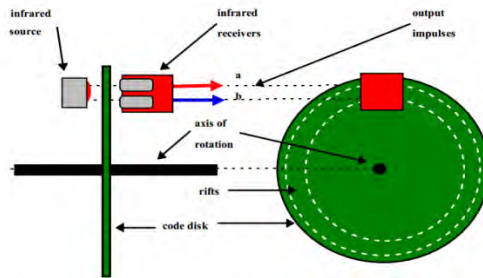
Power amplifier yang terhubung dengan *port* keluaran DAQ akan menerima sinyal kontrol yang kemudian dikirim ke motor DC untuk menggerakkan kereta. Sinyal respon dari kereta dan batang pendulum terbaca oleh *encoder* dan dikirim ke komputer melalui *Analog to Digital Converter* (ADC) pada DAQ. Sistem Pendulum Kereta secara keseluruhan dapat dilihat pada Gambar 2.1. Sedangkan bagian mekanik dan tata letak sensor Sistem Pendulum Kereta dapat dilihat pada Gambar 2.2.



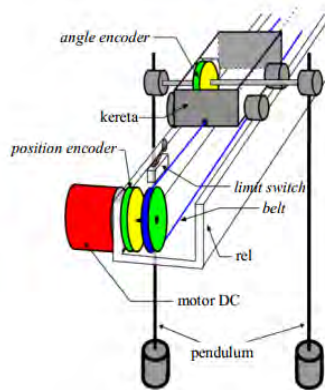
Gambar 2.1 Sistem Pendulum Kereta Secara Keseluruhan

2.2.1 Model Fisik Sistem Pendulum Kereta

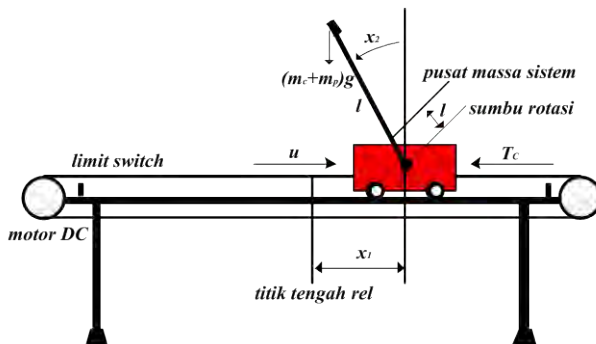
Sistem Pendulum Kereta terdiri dari kereta dan pendulum. Kereta dapat bergerak ke kiri dan ke kanan pada lintasan yang terbatas dan pendulum dapat berotasi pada bidang vertikal yang bersumbu pada sisi kereta. Diagram fisik dari Sistem Pendulum Kereta yang digunakan ditunjukkan pada Gambar 2.4 dan parameter-parameter yang digunakan dalam Sistem Pendulum Kereta terdapat pada Tabel 2.1.



Gambar 2.2 *Positional Encoder*



Gambar 2.3 Bagian Mekanik dan Tata Letak Sensor Sistem Pendulum Kereta



Gambar 2.4 Diagram Fisik Sistem Pendulum Kereta

Tabel 2.1 Parameter-parameter Sistem Pendulum Kereta [10]

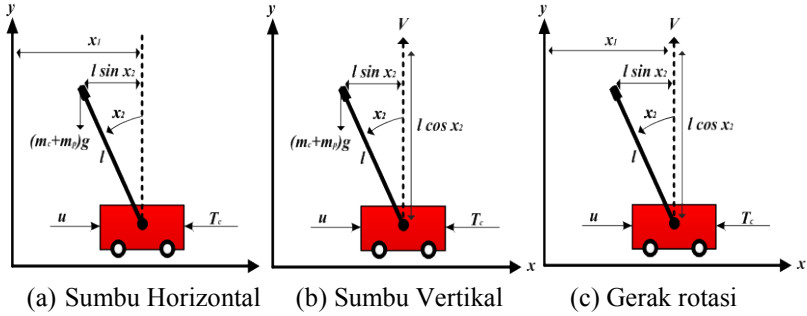
Parameter	Simbol	Nilai
Masa kereta [kg]	m_c	1,12
Massa beban pendulum [kg]	m_{pw}	0,095
Massa batang pendulum [kg]	m_{ps}	0,025
Panjang rel [m]	R_l	1
Panjang batang pendulum [m]	l_p	0,402
Jarak pusat massa batang ke sumbu putar [m]	l_{po}	0,146
Panjang beban [m]	l_c	0,041
Jarak pusat massa beban ke sumbu putar [m]	l_{co}	0,347
Jari-jari beban pendulum [m]	r_c	0,02
Jari-jari batang pendulum [m]	r_p	0,006
Gaya gesek statis [N]	F_s	2,5316
Gaya gesek dinamis (<i>Coulomb</i>) [N]	F_c	2,2813
Gaya kontrol maksimal [N]	u_{max}	17,5
Gaya kontrol minimal [N]	DZ_u	1,3792
Kecepatan minimal kereta [m/det]	DZ_{cv}	0,008
Kecepatan ayun minimal pendulum [rad/det]	DZ_{pv}	0,034
Gaya gesek pendulum [$\text{kg.m}^2/\text{det}$]	f_p	0,0001
Momen inersia pendulum [kg.m^2]	J_p	0,0139
Momen inersia sistem [kg.m^2]	J	0,0136
Jarak sumbu rotasi ke pusat massa sistem [m]	l	0,0168
Kec. kereta awal zona 5 gaya gesek [m/det]	x_c	0,3955
Gaya gesek saat kecepatan kereta x_c [N]	Y_c	2,3815
Tegangan kontrol maksimal [V]	V_m	2,5

2.2.2 Model Matematika Sistem Pendulum Kereta

Pada Sistem Pendulum Kereta terjadi dua pergerakan yaitu gerak translasi dan gerak rotasi. Pada gerak translasi, gaya-gaya yang bekerja ditinjau dari dua sumbu, yaitu horizontal (x) dan vertikal (y). Gaya-gaya yang bekerja pada gerak translasi dan gerak rotasi dapat dilihat pada Gambar 2.5. Pada Persamaan (2.1) menunjukkan persamaan gerak translasi untuk sumbu x dan Persamaan (2.2) untuk sumbu y sedangkan Persamaan (2.3) merupakan persamaan untuk gerak rotasi.

Sinyal kontrol yang sejajar dengan rel dikenakan pada kereta dinyatakan dengan u . T_c adalah gaya gesek kereta terhadap rel, sedangkan V adalah gaya normal yang bekerja pada Sistem Pendulum Kereta. Massa kereta dinyatakan dengan m_c dan massa batang pendulum dinyatakan dengan m_p . Jarak antara sumbu rotasi pendulum ke pusat

massa sistem dinyatakan dengan l dan J adalah momen inersia sistem terhadap pusat massa sistem.



Gambar 2.5 Gaya-gaya yang Bekerja pada Gerak Translasi

Sistem Pendulum Kereta memiliki empat elemen vektor *state* yang dinyatakan dalam vektor \mathbf{x} . Keempat elemen vektor *state* tersebut adalah:

- x_1 : Posisi kereta yang diukur dari titik tengah rel
- x_2 : Sudut pendulum terhadap garis vertikal yang diukur berlawanan dengan arah jarum jam dengan $x_2 = 0$ menandakan bahwa pendulum berada pada posisi terbaliknya
- x_3 : Kecepatan kereta
- x_4 : Kecepatan sudut pendulum

Dan jika ditulis dalam vektor \mathbf{x} sebagai berikut:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \end{bmatrix}^T$$

Sesuai dengan hukum kedua Newton, persamaan gerak dapat ditulis menjadi:

$$u - T_c = (m_c + m_p)(\ddot{x}_1 - l \sin x_2)'' \quad (2.1)$$

$$(m_c + m_p)(l \cos x_2)'' = V - (m_c + m_p)g \quad (2.2)$$

$$J\ddot{x}_2'' = (u - T_c)l \cos x_2 + Vl \sin x_2 - D_p \quad (2.3)$$

dengan D_p adalah momen gesek akibat gerak putar batang pendulum, proporsional terhadap percepatan sudut, $D_p = f_p x_4$.

Persamaan (2.1) dan (2.2) merupakan gerak translasi dari pusat massa sistem. Sedangkan Persamaan (2.3) menyatakan gerak rotasi sistem secara keseluruhan terhadap pusat massa sistem. Kecepatan kereta merupakan turunan pertama dari posisi kereta,

$$\dot{x}_3 = \frac{dx_1}{dt} \text{ atau dapat ditulis } \dot{x}_1 = x_3$$

sedangkan kecepatan sudut merupakan turunan pertama dari sudut,

$$\dot{x}_4 = \frac{dx_2}{dt} \text{ atau dapat ditulis } \dot{x}_2 = x_4$$

Dengan mengeliminasi V pada Persamaan (2.2), (2.3) dan beberapa perhitungan sederhana dapat diperoleh Persamaan *state* pendulum kereta seperti pada Persamaan (2.4).

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_3 \\ \dot{x}_2 &= x_4 \\ \dot{x}_3 &= \frac{a(u - T_c - \mu x_4^2 \sin x_2) + l \cos x_2 (\mu g \sin x_2 - f_p x_4)}{J + \mu l \sin^2 x_2} \\ \dot{x}_4 &= \frac{l \cos x_2 (u - T_c - \mu x_4^2 \sin x_2) + \mu g \sin x_2 - f_p x_4}{J + \mu l \sin^2 x_2} \end{aligned} \quad (2.4)$$

dengan

$$\mu = (m_c + m_p)l \quad ; \quad a = l^2 + \frac{J}{m_c + m_p}$$

Jarak antara sumbu rotasi dengan pusat massa sistem dinyatakan sebagai l . Penurunan Persamaan (2.4), momen inersia J , dan gaya gesek T_c secara rinci dapat dilihat pada Lampiran A.1.

2.3 Linearisasi

Sistem dapat dibagi menjadi dua macam, yaitu sistem linear dan nonlinear. Dalam mencari solusi penyelesaian sistem nonlinear dapat dicari melalui pendekatan model linear. Salah satu cara untuk menguji model linear adalah dengan memberikan masukan dan mengamati keluarannya. Apabila *input* yang tunggal memberikan *output* yang tunggal dan *input* berbobot memberikan *output* dengan bobot yang sama, maka sistem tersebut disebut sistem linier.

Dalam menganalisa suatu sistem, sistem yang linier adalah sistem yang diinginkan, karena sistem yang linier memiliki penyelesaian yang cukup mudah dan juga mudah untuk dianalisa. Tetapi pada kenyataannya, sebagian besar dari sistem yang ada merupakan sistem *nonlinear*.

Proses linearisasi digunakan untuk mendapatkan pendekatan linear di sekitar titik ekuilibrium. Hasil linearisasi berupa matriks konstanta yang berkesinambungan dengan sistem kontrol linear di setiap daerah kerjanya. Hal tersebut sangat mempermudah pengontrolan. Sistem nonlinear dinyatakan sebagai berikut:

$$\dot{x}(t) = f(x) \quad (2.5)$$

dimana $y = f(x)$ adalah kurva yang ditunjukkan pada Gambar 2.6, sehingga garis singgung pada titik x^* merepresentasikan pendekatan linear $f(x)$ di sekitar titik x^* . Hasil linearisasi dari sistem pada Persamaan (2.5) dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) \\ \delta y &= f(\delta x) = \left. \frac{df(x)}{dx} \right|_{x=x^*} \delta x \\ \delta x &= x - x^* \text{ dan } \delta y = f(x) - f(x^*) \end{aligned} \quad (2.6)$$

Titik kerja x^* disebut sebagai titik pusat dari hasil linearisasi. Jika titik kerja sistem berada pada *origin*, dan sistem dilinearisasi pada titik kerjanya, maka $f(x^*) = 0$, sehingga Persamaan (2.6) menjadi:

$$f(x) = \dot{x} = \left. \frac{df(x)}{dx} \right|_{x=x^*} x \quad (2.7)$$

Jika pada sistem nonlinear lup terbuka terdapat *state* sejumlah n , maka linearisasi sistem pada titik kerja $[x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*]$ menjadi sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \vdots \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(x_1, \dots, x_n)}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_1(x_1, \dots, x_n)}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n(x_1, \dots, x_n)}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_n(x_1, \dots, x_n)}{\partial x_n} \end{bmatrix}_{\substack{x_1=x_1^* \\ \vdots \\ x_n=x_n^*}} \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$$

atau dapat ditulis dalam bentuk:

$$\dot{x} = Ax \quad (2.8)$$

dengan:

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \text{ dan } A = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(x_1, \dots, x_n)}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_1(x_1, \dots, x_n)}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n(x_1, \dots, x_n)}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_n(x_1, \dots, x_n)}{\partial x_n} \end{bmatrix}_{\substack{x_1=x_1^* \\ \vdots \\ x_n=x_n^*}} \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$$

Dengan demikian, matriks A merupakan matriks Jacobi dari $f(x)$. Sistem nonlinear dapat didekati menjadi sistem linear berdasarkan hasil linearisasi di sekitar titik kerjanya dan dapat direpresentasikan dalam persamaan berikut:

$$\dot{x} = f(x) + h(x, u) \quad (2.9)$$

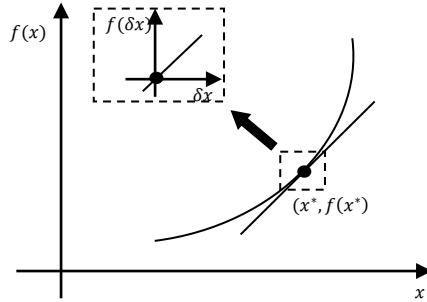
Apabila jumlah *state* dalam sistem adalah n , maka linearisasi sistem pada titik kerja $[x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*, u^*]$ adalah sebagai berikut:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (2.10)$$

dengan

$$x = [x_1 \quad \cdots \quad x_n]^T \quad (2.11)$$

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(x)}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f_1(x)}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n(x)}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f_n(x)}{\partial x_n} \end{bmatrix}_{\substack{x_1=x_1^* \\ \vdots \\ x_n=x_n^*}} \quad \text{dan} \quad B = \begin{bmatrix} \frac{\partial h_1(x,u)}{\partial u} \\ \vdots \\ \frac{\partial h_n(x,u)}{\partial u} \end{bmatrix}_{\substack{x=x_1^* \\ u=u^*}}$$



Gambar 2.6 Linearisasi $y = f(x)$ pada Sekitar x^*

2.4 Teori Logika Fuzzy

Logika *fuzzy* pertama kali diperkenalkan pada tahun 1965 oleh Lotfi Zadeh. Konsep logika *fuzzy* ini meniru cara berpikir manusia dalam merepresentasikan dan menganalisa persoalan-persoalan di alam nyata yang penuh dengan ketidakpastian (kesamaran). Sebelum teori logika *fuzzy* muncul, terlebih dahulu dikenal logika Boolean yang hanya memiliki dua nilai, yaitu benar atau salah.

Logika *fuzzy* adalah logika yang memiliki nilai kekaburan (*fuzziness*) antara benar dan salah. Dalam teori logika *fuzzy* sebuah nilai dapat bernilai benar dan salah secara bersamaan dan besar nilai benar dan salah tersebut tergantung kepada bobot (derajat) keanggotaan yang dimilikinya.

Pada subbab ini dijelaskan beberapa teori dasar mengenai *fuzzy* yang diperlukan dalam perancangan sistem kontrol pada bab tiga. Teori tersebut meliputi himpunan *fuzzy*, fungsi keanggotaan, operasi himpunan *fuzzy*, aturan *fuzzy*, dan inferensi *fuzzy*.

2.4.1 Himpunan Fuzzy

Himpunan *fuzzy* muncul setelah berkembangnya himpunan klasik. Berbeda dengan himpunan klasik yang hanya memiliki nilai benar atau salah secara tegas, himpunan *fuzzy* memiliki rentang nilai benar atau salah untuk setiap anggotanya. Setiap anggota himpunan memiliki nilai derajat keanggotaan, yaitu nilai yang menentukan seberapa kuat posisi suatu nilai dalam himpunan tersebut.

Misalkan X merupakan semesta pembicaraan, x adalah elemen X , dan himpunan tegas (*crisp set*) $A, A \subseteq X$ didefinisikan sebagai kumpulan elemen $x \subseteq X$ sehingga setiap x dapat dikatakan sebagai anggota himpunan A atau tidak. Dalam teori himpunan Boolean, dapat didefinisikan fungsi karakteristik setiap elemen x dalam X .

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1; & x \in A \\ 0; & x \notin A \end{cases} \quad (2.12)$$

Definisi himpunan *fuzzy* hampir sama dengan himpunan tegas. Untuk menentukan himpunan tegas disebutkan semua elemen dalam semesta pembicaraan yang termasuk dalam himpunan A . Dalam himpunan *fuzzy*, semua elemen dalam semesta pembicaraan disebutkan dan diberikan bobot antara 0 dan 1. Bobot ini menunjukkan derajat keanggotaan elemen dalam himpunan A . Secara matematis, himpunan *fuzzy* A dalam X dinyatakan:

$$A = \{(x, \mu_A(x)) : x \in X\} \quad (2.13)$$

dengan $\mu_A(x)$ adalah fungsi keanggotaan (*membership function*) untuk himpunan *fuzzy* A . Nilai dari fungsi keanggotaan ini menentukan derajat keanggotaan elemen dalam himpunan *fuzzy*.

2.4.2 Fungsi Keanggotaan Fuzzy

Fungsi keanggotaan himpunan *fuzzy* berfungsi untuk menyatakan derajat keanggotaan suatu nilai terhadap nilai tegas antara 0 sampai 1. Fungsi keanggotaan memiliki berbagai bentuk, antara lain segitiga, trapesium, *Gaussian*, *Generalized Bell*, dan bentuk-bentuk lainnya.

2.4.2.1 Fungsi Keanggotaan Segitiga

Fungsi keanggotaan segitiga merupakan fungsi yang paling sederhana, karena dibentuk dengan menggunakan garis lurus. Fungsi keanggotaan segitiga ditentukan oleh tiga parameter $\{a, b, c\}$ dengan $a < b < c$ seperti yang ditunjukkan pada Persamaan (2.14). Gambar 2.7 (a) menunjukkan fungsi keanggotaan segitiga dengan parameter $\{10, 20, 30\}$.

$$\mu(x) = \begin{cases} 0, & x < a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ \frac{c-x}{c-b}, & b \leq x \leq c \\ 0, & x > c \end{cases} \quad (2.14)$$

2.4.2.2 Fungsi Keanggotaan Trapesium

Fungsi keanggotaan trapesium juga dibentuk dengan menggunakan garis lurus. Namun berbeda dengan fungsi keanggotaan segitiga yang ditentukan oleh tiga parameter, fungsi keanggotaan trapesium ditentukan oleh empat parameter $\{a, b, c, d\}$ dengan $a < b < c < d$ seperti yang ditunjukkan pada (2.15). Pada Gambar 2.7 (b) menunjukkan fungsi keanggotaan trapesium dengan parameter $\{10, 15, 25, 30\}$.

$$\mu(x) = \begin{cases} 0, & x < a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ 1, & b \leq x \leq c \\ \frac{d-x}{d-c}, & c \leq x \leq d \\ 0, & x > d \end{cases} \quad (2.15)$$

2.4.2.3 Fungsi Keanggotaan Gaussian

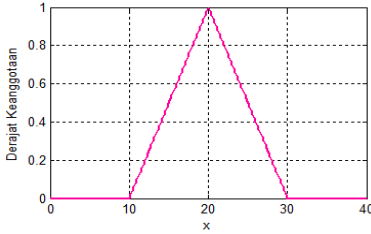
Fungsi keanggotaan *Gaussian* ditentukan oleh dua parameter $\{c, \sigma\}$ seperti yang ditunjukkan pada Persamaan (2.16). Parameter c dan σ menentukan pusat dan lebar fungsi keanggotaan. Pada Gambar 2.7 (c) menunjukkan fungsi keanggotaan *Gaussian* dengan parameter $\{5, 20\}$.

$$\mu(x) = \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x-c}{\sigma} \right)^2 \right] \quad (2.16)$$

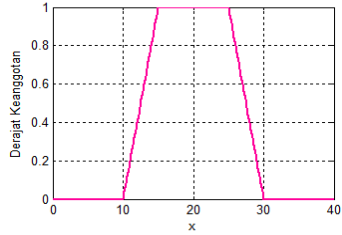
2.4.2.4 Fungsi Keanggotaan Generalized Bell

Fungsi keanggotaan *Generalized Bell* ditentukan oleh tiga parameter $\{a, b, c\}$ seperti yang ditunjukkan pada Persamaan (2.17). Parameter c menentukan pusat atau letak x yang memiliki derajat keanggotaan dengan nilai 1. Sedangkan parameter a dan b menentukan lebar fungsi keanggotaan dengan b bernilai positif. Pada Gambar 2.7 (d) menunjukkan fungsi keanggotaan *Generalized Bell* dengan parameter $\{10, 15, 20\}$.

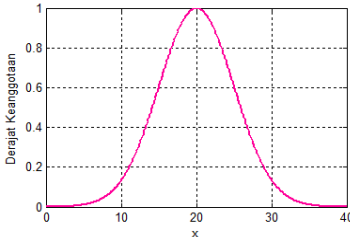
$$\mu(x) = \frac{1}{1 + \left| \frac{x-c}{a} \right|^{2b}} \quad (2.17)$$



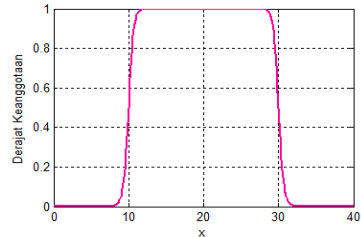
(a) Fungsi Segitiga



(b) Fungsi Trapesium



(b) Fungsi Gaussian



(d) Fungsi Generalized Bell

Gambar 2.7 Bentuk Fungsi Keanggotaan *Fuzzy*

2.4.3 Operasi Himpunan Fuzzy

Operasi himpunan fuzzy dilakukan dengan mengoperasikan fungsi keanggotaan satu dengan lainnya. Ada beberapa macam operator fuzzy antara lain adalah operator minimum (*min*), maksimum (*max*), dan perkalian (*product*). Misalkan, terdapat himpunan fuzzy A dan B dengan fungsi keanggotaan μ_A dan μ_B , maka operasi himpunan fuzzy dapat didefinisikan sebagai berikut:

1. Union (*OR*)

Union (gabungan) dari himpunan fuzzy A dan B dengan fungsi keanggotaan $\mu_A(x)$ dan $\mu_B(x)$ adalah $\mu_{A \cup B}(x)$.

2. Interseksi (*AND*)

Interseksi himpunan fuzzy A dan B adalah himpunan fuzzy yang fungsi keanggotaannya diberikan sebagai operasi *minimum* yang ditunjukkan pada Persamaan (2.18) dan operasi *Algebraic product* pada Persamaan (2.19) yang dinyatakan sebagai berikut:

$$\mu_{A \cap B}(x) = \min \{ \mu_A(x), \mu_B(x) : x \in X \} \quad (2.18)$$

$$\mu_{A \cap B}(x) = \{ \mu_A(x) \mu_B(x) : x \in X \} \quad (2.19)$$

3. Komplemen (*NOT*)

Komplemen dari suatu himpunan fuzzy B dengan fungsi keanggotaan $\mu_B(x)$ pada Persamaan (2.20) berikut:

$$\mu_{B'}(x) = 1 - \mu_B(x) \text{ untuk } x \in X \quad (2.20)$$

2.4.4 Sistem Inferensi Fuzzy

Sistem logika Inferensi fuzzy mempunyai kemiripan dengan penalaran manusia seperti pengetahuan yang meliputi penalaran fuzzy. Penalaran fuzzy tersebut dinyatakan sebagai aturan dalam bentuk pernyataan *If-Then* dinyatakan dengan

If premis Then konsekuen

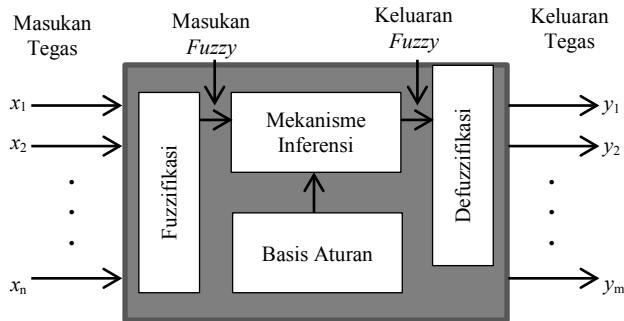
If x is A Then y is B

Dengan x dan y adalah variabel fuzzy. A dan B adalah fungsi keanggotaan fuzzy. Premis menyatakan masukan dari sistem fuzzy dan konsekuen menyatakan keluaran dari sistem fuzzy. Aturan *If-Then* ini dapat direpresentasikan dalam beberapa bentuk. Jika masukan fuzzy

berjumlah lebih dari satu, maka pernyataan pada bagian premis dalam aturan *fuzzy* dapat menggunakan operator *OR* atau *AND* untuk masing-masing masukan *fuzzy*, seperti berikut:

If x_1 *is* A_1 ***AND*** x_2 *is* A_2 ***AND*** ... ***AND*** x_n *is* A_n ***Then*** y *is* B

Dalam inferensi *fuzzy* digunakan aturan *fuzzy* yang telah disusun. Inferensi *fuzzy* adalah proses pengambilan keputusan dari setiap premis sesuai aturan *fuzzy* yang telah dibuat. Secara umum, struktur dasar sistem inferensi *fuzzy* seperti pada Gambar 2.8 terdiri dari empat elemen utama, yaitu blok fuzzifikasi, basis aturan, mekanisme inferensi, dan blok defuzzifikasi. Blok fuzzifikasi mengonversi masukan tegas menjadi masukan *fuzzy*.



Gambar 2.8 Struktur Dasar Sistem Inferensi *Fuzzy*

Basis aturan yang merupakan kumpulan dari aturan *If-Then* memetakan masukan *fuzzy* menjadi keluaran *fuzzy* sesuai dengan deskripsi linguistik yang ditentukan. Mekanisme inferensi *fuzzy* melakukan pengambilan keputusan dengan menggunakan aturan *fuzzy* dalam basis aturan. Blok defuzzifikasi mengonversi keluaran *fuzzy* menjadi keluaran tegas.

Mekanisme inferensi *fuzzy* dalam pengambilan suatu keputusan memiliki lima langkah sebagai berikut:

1. Fuzzifikasi input

Pemetaan masukan tegas menjadi masukan *fuzzy* dengan menentukan derajat keanggotaannya dalam semua himpunan *fuzzy* menggunakan fungsi keanggotaannya masing-masing.

2. Aplikasi operator *fuzzy*
Penerapan operator *fuzzy* (*OR* atau *AND*) pada bagian premis dalam aturan *fuzzy* untuk memperoleh kuat penyulutan setiap aturan.
3. Aplikasi metode implikasi *fuzzy*
Pengoperasian kuat penyulutan yang diperoleh dengan himpunan *fuzzy* yang terdefinisi untuk setiap keluaran pada bagian konsekuen masing-masing aturan.
4. Aplikasi metode agregasi konsekuen untuk semua aturan
Penggabungan semua hasil implikasi *fuzzy* dari setiap aturan untuk menghasilkan keluaran (konklusi) *fuzzy*.
5. Defuzzifikasi
Perhitungan keluaran (konklusi) *fuzzy* menjadi keluaran tegas.

Ada beberapa metode untuk melakukan defuzzifikasi. Metode yang sering digunakan adalah *center of gravity* dan *center (weighted) average*. Proses defuzzifikasi dengan metode *center of gravity* dilakukan dengan mencari pusat massa dari gabungan seluruh hasil implikasi *fuzzy*. Keluaran tegas dengan metode *center of gravity* dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$y^{tegas} = \frac{\sum_{i=1}^r b_i \int \mu_i(y) dy}{\sum_{i=1}^r \int \mu_i(y) dy} \quad (2.21)$$

dengan r adalah banyaknya aturan, b_i adalah titik tengah dari fungsi keanggotaan bagian konsekuen $\mu_i(y)$, dan $\int \mu_i(y) dy$ adalah luas area di bawah $\mu_i(y)$. Sedangkan proses defuzzifikasi dengan metode *center (weighted) average* dilakukan dengan mencari rata-rata nilai tengah dari gabungan seluruh hasil implikasi *fuzzy*. Keluaran tegas dengan metode *center (weighted) average* dapat dirumuskan seperti pada Persamaan (2.22).

$$y^{tegas} = \frac{\sum_{i=1}^r b_i \mu_i}{\sum_{i=1}^r \mu_i} \quad (2.22)$$

dengan r adalah banyaknya aturan, b_i adalah titik tengah dari fungsi keanggotaan bagian konsekuen, dan μ_i adalah kuat penyulutan masing-masing aturan.

Inferensi *fuzzy* memiliki dua tipe sistem, yaitu tipe Mamdani dan tipe Sugeno. Dua tipe ini memiliki perbedaan pada penentuan keluaran dan pendekatan yang digunakan. Kontrol *fuzzy* yang dibangun secara heuristik tanpa model matematika dari sistem menggunakan tipe inferensi Mamdani. Sedangkan kontrol *fuzzy* yang dibangun berdasarkan model matematika dari sistem menggunakan tipe inferensi Sugeno.

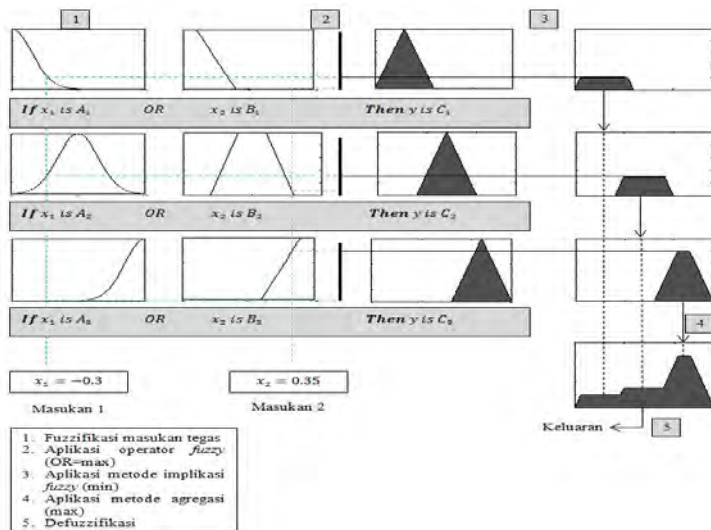
Misalkan model *fuzzy* Mamdani memiliki bentuk aturan yang dapat ditulis sebagai berikut:

Aturan 1 : *If* x_1 is A_1 *OR* x_2 is B_1 *Then* y is C_1

Aturan 2 : *If* x_1 is A_2 *OR* x_2 is B_2 *Then* y is C_2

Aturan 3 : *If* x_1 is A_3 *OR* x_2 is B_3 *Then* y is C_3

Keluaran tegas hasil proses inferensi *fuzzy* Mamdani dapat diperoleh dengan menerapkan operasi *max-min* atau *max-product*. Gambar 2.9 menunjukkan keluaran tegas hasil proses inferensi *fuzzy* yang diperoleh dengan menerapkan operasi *max-min*. Sedangkan Gambar 2.10 menunjukkan keluaran tegas hasil inferensi *fuzzy* yang diperoleh dengan menerapkan operasi *max-product*.

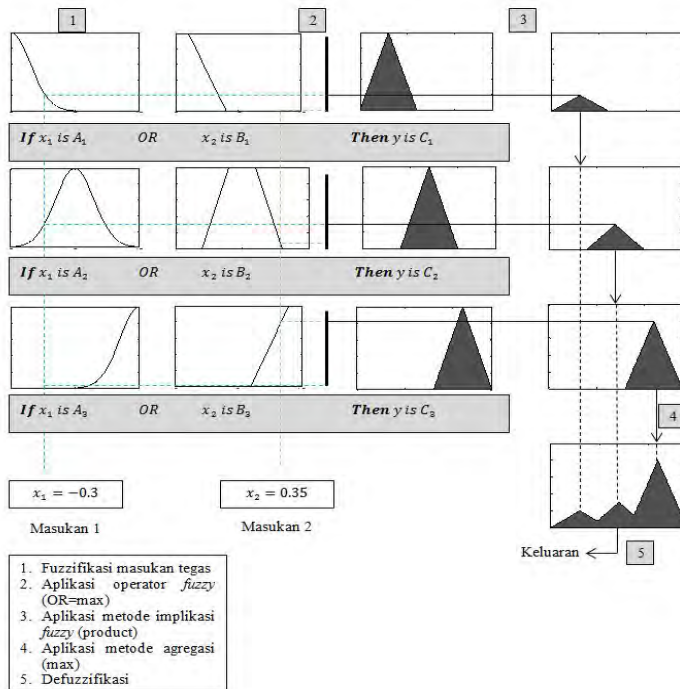


Gambar 2.9 Inferensi *Fuzzy* Mamdani Menggunakan Metode *Max-Min*

Untuk sistem inferensi *fuzzy* tipe Sugeno, keluaran *fuzzy* yang dihasilkan merupakan kombinasi linear dari masing-masing masukan tegas. Model *fuzzy* Sugeno memiliki bentuk aturan yang dapat ditulis sebagai berikut:

Aturan 1 : *If* x_1 is A_1 *AND* x_2 is B_1 *Then* y is $f_1(x_1, x_2)$

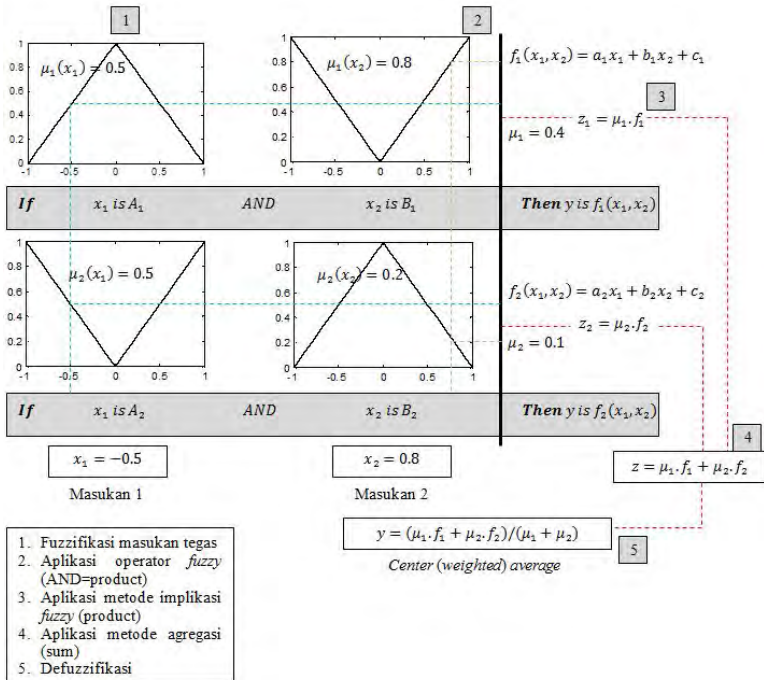
Aturan 2 : *If* x_1 is A_2 *AND* x_2 is B_2 *Then* y is $f_2(x_1, x_2)$



Gambar 2.10 Inferensi *Fuzzy* Mamdani Menggunakan Metode *Max-Product*

Pada model Sugeno, $f(x_1, x_2)$ merupakan fungsi polinomial dalam x_1 dan x_2 . Jika $f(x_1, x_2)$ merupakan polinomial orde satu, maka keluaran *fuzzy* merupakan kombinasi linear dari masing-masing masukan tegas dan dapat dikatakan model Sugeno orde satu. Jika $f(x_1, x_2)$ merupakan polinomial orde nol, maka keluaran *fuzzy* merupakan konstanta dan

dapat dikatakan sebagai bentuk khusus dari model Mamdani dengan masing-masing konsekuensi aturan ditentukan oleh *fuzzy singleton*. *Fuzzy singleton* adalah himpunan *fuzzy* (misalkan himpunan *fuzzy A*) yang mempunyai fungsi keanggotaan bernilai nol kecuali pada satu titik x dalam semesta pembicaraan X dengan $\mu_A(x) = 1$. Sedangkan proses inferensi *fuzzy* tipe Sugeno dapat dilihat pada Gambar 2.11.



Gambar 2.11 Inferensi *Fuzzy* Sugeno Menggunakan Metode Defuzzifikasi *Center (Weighted) Average*

2.5 Model *Fuzzy* Takagi-Sugeno (T-S)

Model *fuzzy* Takagi-Sugeno dapat menggambarkan hubungan linear *input-output* dari sistem yang nonlinear dan dinyatakan dengan aturan **If-Then**. Penggunaan model *fuzzy* T-S bertujuan untuk menyatakan dinamika lokal tiap aturan *fuzzy* dengan model linear. Model sistem secara keseluruhan diperoleh dengan pencampuran *fuzzy* dari beberapa

model linear yang telah diperoleh dari linearisasi. Aturan plant pada model *fuzzy* T-S dapat ditulis dalam bentuk sebagai berikut:

Aturan *plant* ke-*i*:

$$\begin{aligned}
 \textbf{If} \quad & z_1(t) \text{ is } M_{i1} \text{ and ... and } z_j(t) \text{ is } M_{ij} \\
 \textbf{Then} \quad & \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) \\
 & \dot{y}(t) = C_i x(t) + D_i u(t) \\
 & i = 1, 2, \dots, r \\
 & j = 1, 2, \dots, p
 \end{aligned} \tag{2.23}$$

dengan r adalah jumlah aturan *fuzzy*, p adalah jumlah himpunan *fuzzy* dalam satu aturan, dan M_{ij} adalah himpunan *fuzzy*. $x(t) \in R^n$ merupakan vektor *state*, $u(t) \in R^m$ merupakan vektor kontrol masukan, A_i dan B_i adalah matrik *state* dan matrik *input*, sedangkan $z(t) \in R^l$ merupakan variabel premis. Model *fuzzy* T-S secara keseluruhan dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \alpha_i(z(t)) [A_i x(t) + B_i u(t)] \tag{2.24}$$

dengan:

$$\alpha_i(z(t)) = \frac{\beta_i(z(t))}{\sum_{i=1}^r \beta_i(z(t))} \quad \text{dan} \quad w_i(z(t)) = \prod_{j=1}^p M_{ij}(z(t))$$

Bentuk $(M_{ij} z_j(t))$ merupakan tingkat keanggotaan dari $z_j(t)$ pada M_{ij} dengan asumsi:

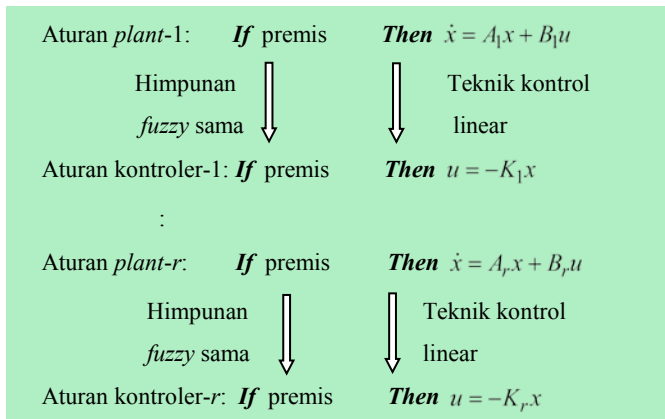
$$\begin{aligned}
 w_i(z(t)) &\geq 0 \quad , \quad \sum_{i=1}^r w_i(z(t)) > 0 \\
 \alpha_i(z(t)) &\geq 0 \quad , \quad \sum_{i=1}^r \alpha_i(z(t)) = 1
 \end{aligned} \tag{2.25}$$

Dalam konsep *Parallel Distributed Compensation* (PDC), tiap aturan kontroler dirancang berdasarkan aturan *plant* yang bersesuaian dengan menggunakan himpunan *fuzzy* yang sama. Hasil keseluruhan kontroler *fuzzy* yang merupakan nonlinear secara umum menjadi perpaduan dari hasil setiap kontroler linear. Deskripsi dari skema PDC ditunjukkan pada Gambar 2.12. Dari aturan *plant* yang ada, dapat disusun aturan kontroler *fuzzy* dengan konsep PDC sebagai berikut:

$$\begin{array}{ll}
 \textbf{If} & z_1(t) \text{ is } M_{i1} \text{ and ... and } z_j(t) \text{ is } M_{ij} \\
 \textbf{Then} & u(t) = -K_i x(t) \\
 & i = 1, 2, \dots, r \\
 & j = 1, 2, \dots, p
 \end{array} \tag{2.26}$$

Keluaran dari kontroler *fuzzy* pada Persamaan (2.26) secara keseluruhan dapat dinyatakan dengan:

$$u(t) = \sum_{j=1}^r \alpha_j(z(t)) [K_i x(t)] \tag{2.27}$$



Gambar 2.12 Konsep *Parallel Distributed Compensation* (PDC)

Substitusi Persamaan (2.25) ke Persamaan (2.27) maka akan diperoleh sistem *loop* tertutup:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \alpha_i(z(t)) h_j(z(t)) [A_i + B_i K_j] x(t) \\ y(t) &= \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \alpha_i(z(t)) h_j(z(t)) [C_i - D_i K_j] x(t)\end{aligned}\quad (2.28)$$

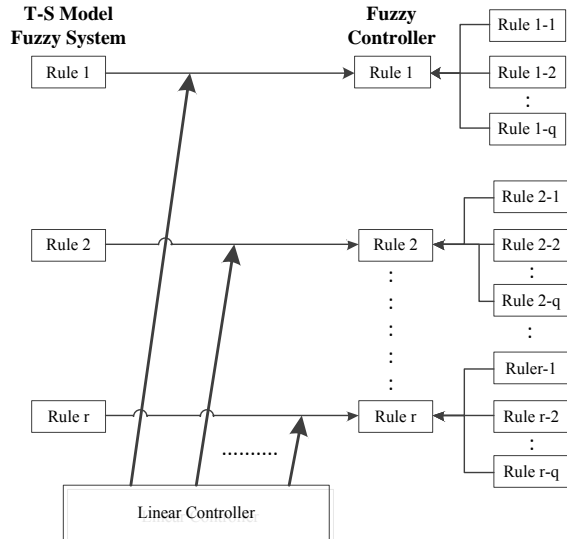
2.6 Parallel Distributed Compensation (PDC) Modifikasi

Dalam PDC modifikasi, salah satu keuntungan dari *state feedback gain* yang dihubungkan dengan setiap subsistem linear tidak bernilai tetap. Berdasarkan kriteria yang telah ditentukan, dirancang beberapa *state feedback gain* dan digunakan untuk setiap subsistem. Beberapa *gain* yang terkait dari masing-masing subsistem kemudian ditentukan melalui oleh pencampuran “*blending*” *fuzzy*, sehingga respon yang diinginkan dapat tercapai. Fungsi keanggotaan yang diperlukan dipilih berdasarkan kinerja yang ditentukan sebelumnya, misalnya, respon sinyal kontrol cepat atau sinyal kontrol lambat. Secara umum, metode untuk menghitung *state feedback gain* secara keseluruhan tetap sama dengan metode PDC Konvensional.

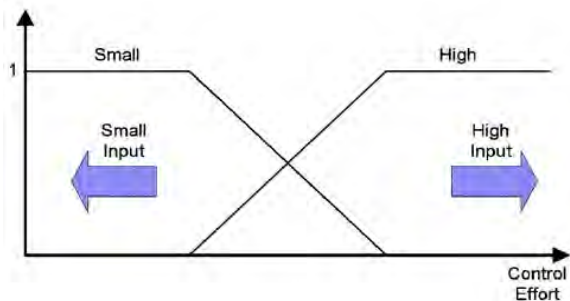
Pada Gambar 2.13 menunjukkan susunan umum dari metode PDC modifikasi, dimana susunan tersebut bergantung pada berbagai kriteria kinerja. Misalnya terdapat dua subsistem, jika sistem dirancang menggunakan PDC konvensional, maka akan menghasilkan dua *state feedback gain*. Apabila dirancang menggunakan PDC modifikasi, maka dari satu subsistem akan menghasilkan dua *state feedback gain*, satu memberikan sinyal kontrol rendah dengan respon waktu penyelesaian lebih lama, dan yang lain dapat memberikan respon lebih cepat dengan memberikan sinyal kontrol yang lebih besar. Tujuannya adalah untuk memilih *gain* kontroler secara keseluruhan untuk subsistem ini, di mana bobot dapat disesuaikan selama waktu evolusi respon sistem, sehingga respon yang lebih cepat dengan masukan kontrol yang lebih rendah dapat dicapai.

Ketika nilai sinyal kontrol tinggi, bobot relatif *state feedback gain* akan besar, sesuai dengan fungsi keanggotaan yang dipilih. Disisi lain, ketika nilai sinyal kontrol rendah, bobot dari *state feedback gain* akan dipilih berdasarkan fungsi keanggotaan sinyal kontrol rendah. Sistem *fuzzy* untuk sinyal kontrol tinggi dan sinyal kontrol rendah ditunjukkan pada Gambar 2.14. Dinamika dari sistem kontrol *loop* tertutup dapat

dianalisis dengan mengikuti model Takagi-Sugeno sesuai dengan Persamaan (2.29) dan Persamaan (2.30).



Gambar 2.13 Struktur Umum dari Metode PDC Modifikasi



Gambar 2.14 Fungsi Keanggotaan untuk Dua *Gain* dengan Sifat yang Berbeda

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(t)(A_i x(t) + B_i u(t)) \quad (2.29)$$

Aturan *fuzzy controller*:

$$\begin{aligned}
 &\text{If} \quad Z_1(t) \text{ is } M_{i1}, \text{ and } Z_2(t) \text{ is } M_{i2}; \dots, \text{ and } Z_p(t) \text{ is } M_{ip}, J(t) \text{ is} \\
 &\quad H_i^1, \dots, \text{ and } J(t) \text{ is } H_i^{q_i} \\
 &\text{Then} \quad u_i = \left\{ \sum_{i=1}^{q_i} m_i^n(J(t)) * K_i^n \right\} x(t)
 \end{aligned} \tag{2.30}$$

dimana q_i adalah jumlah koefisien *gain* dari subsistem i , m_i^n adalah derajat keanggotaan untuk $J(t)$, K_i^n adalah *state feedback gain* ke n yang terkait dengan subsistem i , dan H_i^n adalah fungsi keanggotaan untuk $J(t)$ yang didefinisikan dalam aturan i . $J(t)$ adalah istilah yang menggambarkan indeks kinerja yang dipilih. Misalnya, jika seseorang ingin membatasi besaran dari sinyal kontrol $u(t)$, maka $J(t) = |u(t)|$. Masukan kontrol secara keseluruhan yang dihasilkan oleh kontroler PDC adalah dalam bentuk K_i , dapat dilihat pada Persamaan (2.31) dan Persamaan (2.32):

$$u(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) u_i(t) = - \left\{ \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) K_i \right\} x(t) \tag{2.31}$$

$$K_i = \sum_{n=1}^{q_i} m_i^n(J(t)) K_i^n \tag{2.32}$$

2.7 Model Kompensator

Kompensator dirancang berdasarkan sinyal referensi dan sinyal gangguan. Dalam bentuk persamaan *state*, model sinyal tersebut dinyatakan dalam bentuk:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_r &= A_r x_r \\
 y_r &= C_r x_r
 \end{aligned} \tag{2.33}$$

Jika dihubungkan dengan *plant* yang dikontrol dengan menganggap *tracking error* $e = r - y$ sebagai masukan dari model, maka akan diperoleh bentuk berikut:

$$\begin{aligned}\dot{x}_c &= A_c x_c + B_c e \\ y_c &= C_c\end{aligned}\tag{2.34}$$

dengan

$$A_c = \text{diagonal blok } \underbrace{\begin{Bmatrix} A & A & \cdots & A \end{Bmatrix}}_{\text{total error}}, \quad B_c = \text{diagonal blok } \underbrace{\begin{Bmatrix} B & B & \cdots & B \end{Bmatrix}}_{\text{total error}}$$

dimana A adalah matriks polinomial karakteristik dari sinyal referensi, misal, $\phi(s) = s^l + \alpha_{l-1}s^{l-1} + \dots + \alpha_1 s + \alpha_0$, sehingga

$$A = \begin{bmatrix} 0 & & & \\ \vdots & & I_{l-1} & \\ 0 & & & \\ -\alpha_0 & -\alpha_1 & \cdots & -\alpha_{l-1} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Dari Gambar 2.15, bila model kompensator seperti pada Persamaan (2.33) dan persamaan *state* dari *plant*

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx\end{aligned}\tag{2.35}$$

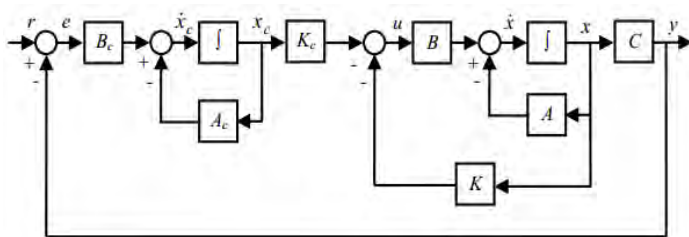
maka dapat dibuat *augmented system*

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -B_c C & A_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ B_c \end{bmatrix} r\tag{2.36}$$

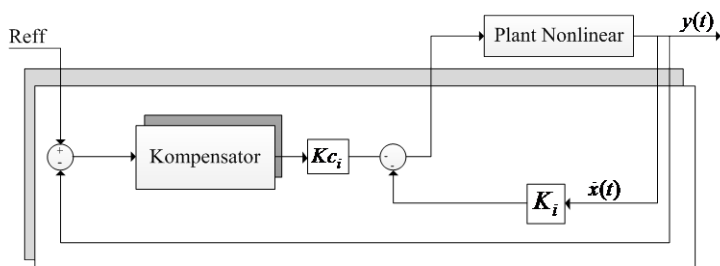
dan sinyal kontrol

$$u = -[K \quad K_c] \begin{bmatrix} x \\ x_c \end{bmatrix}\tag{2.37}$$

dengan K adalah *gain* kontroler dan K_c adalah *gain* kompensator. K dan K_c dapat dihitung menggunakan teknik *pole placement* yang akan dijelaskan pada Subbab 2.8



Gambar 2.15 Sistem Kontrol *Tracking Type* Kompensator



Gambar 2.16 Sistem Kontrol *Tracking Fuzzy Lokal ke-i*

2.8 Teknik *Pole Placement*

Dilihat dari persamaan *state* sistem linear seperti pada Persamaan (2.35), dengan

- x : vektor *state* (n -vektor)
- u : sinyal kontrol (skalar)
- A : matriks konstanta $n \times n$
- B : matriks konstanta $n \times 1$

Jika sistem tersebut *completely state controllable* (rank $M = n$), dengan

$$M = \begin{bmatrix} B & AB & \cdots & A^{n-1}B \end{bmatrix}$$

maka kontroler *state* kontroler dapat dirancang sesuai *pole* lup tertutup yang diinginkan. Penentuan *pole* lup tertutup berdasarkan spesifikasi respon transien atau respon frekuensi. Seperti kecepatan, rasio

peredaman (ζ), frekuensi alami tak teredam (ω_n), atau *bandwidth*. Misal *pole* lup tertutup yang diinginkan adalah

$$\lambda = [\lambda_1 \quad \lambda_2 \quad \cdots \quad \lambda_n]$$

Untuk sistem dengan *state* kontroler, maka sinyal kontrol berupa

$$u = -Kx$$

Sehingga persamaan sistem lup tertutup menjadi

$$\dot{x} = (A - BK)x$$

Lalu didefinisikan

$$\hat{A} = (A - BK)$$

Persamaan karakteristik yang diinginkan adalah

$$\begin{aligned} |sI - A + BK| &= |sI - \hat{A}| = (s - \lambda_1)(s - \lambda_2) \cdots (s - \lambda_n) \\ &= s^n + \alpha_1 s^{n-1} + \cdots + \alpha_{n-1} s + \alpha_n = 0 \end{aligned}$$

Karena Teorema Cayley-Hamilton menyatakan bahwa \hat{A} memenuhi persamaan karakteristiknya, maka

$$\phi(\hat{A}) = \hat{A}^n + \alpha_1 \hat{A}^{n-1} + \cdots + \alpha_{n-1} \hat{A} + \alpha_n I = 0 \quad (2.38)$$

Selanjutnya Persamaan (2.38) digunakan untuk menurunkan Formula Ackermann. Untuk sembarang bilangan bulat positif n , *gain* kontroler K dapat dihitung dengan menggunakan Persamaan (2.39).

$$K = [0 \quad 0 \quad \cdots \quad 0 \quad 1] \begin{bmatrix} B & AB & \cdots & A^{n-1}B & B \end{bmatrix}^{-1} \phi(A) \quad (2.39)$$

Sedangkan pada sistem kontrol *tracking* tipe kompensator, sinyal kontrol seperti pada Persamaan (2.36), yang terdapat dua matriks

gain, yaitu K dan Kc . Untuk itu, matriks *augmented* dari *augmented system* pada Persamaan (2.37) menjadi,

$$A_a = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -B_c C & A_c \end{bmatrix} \quad \text{dan} \quad B_a = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}$$

Sehingga Persamaan (2.39) sedikit berubah menjadi Persamaan (2.41).

$$K = [0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 1] \begin{bmatrix} B_a & A_a B_a & \dots & A_a^{n-1} B_a \end{bmatrix}^{-1} \phi(A_a) \quad (2.41)$$

BAB III PERANCANGAN SISTEM

Pada bab ini akan dibahas mengenai linearisasi model matematika dari Sistem Pendulum Kereta pada beberapa titik kerja. Sistem kontrol *tracking* yang digunakan adalah tipe kompensator. Kemudian untuk membentuk sistem kontrol secara keseluruhan digunakan model *fuzzy* T-S dengan konsep PDC Modifikasi. *Gain* kompensator dan *state feedback gain* diperoleh dengan menggunakan teknik *pole placement*. Pada akhir bab ini ditunjukkan diagram simulink MATLAB untuk simulasi dan implementasi pada Sistem Pendulum Kereta.

3.1 Linearisasi Model Matematika Sistem Pendulum Kereta

Dari Persamaan (2.4) dapat dilihat bahwa Sistem Pendulum Kereta merupakan sistem yang nonlinear. Sistem nonlinear dapat dipandang sebagai sistem yang linear setelah dilakukan linearisasi. Proses linearisasi dilakukan pada titik kerjanya. Titik kerja suatu sistem terletak di sekitar titik ekuilibrium sehingga linearisasi lokal pada Sistem Pendulum Kereta akan dilakukan di sekitar titik tersebut.

Titik ekuilibrium adalah titik dimana semua laju perubahan *state* nya bernilai 0. Untuk mengetahui titik ekuilibriumnya, maka perlu ditinjau kembali persamaan (2.9)

$$\dot{x} = f(x) + h(x, u) \quad (3.1)$$

dengan

$$\begin{bmatrix} f_1(x) \\ f_2(x) \\ f_3(x) \\ f_4(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \\ \frac{a(-T_c - \mu x_4^2 \sin x_2) + l \cos x_2 (\mu g \sin x_2 - f_p x_4)}{J + \mu l \sin^2 x_2} \\ \frac{l \cos x_2 (-T_c - \mu x_4^2 \sin x_2) + \mu g \sin x_2 - f_p x_4}{J + \mu l \sin^2 x_2} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

$$h(x, u) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{au}{J + \mu l \sin^2 x_2} & \frac{ul \cos x_2}{J + \mu l \sin^2 x_2} \end{bmatrix}^T \quad (3.3)$$

$$x = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \end{bmatrix}^T$$

Apabila sistem (3.1) diberi kondisi awal pada titik ekuilibrium (x_e) dengan masukan ekuilibrium (u_e), maka *state* sistem akan selalu berada pada titik tersebut. Dari Persamaan (3.1), nilai titik ekuilibrium dari Sistem Pendulum Kereta dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$x_e = \begin{bmatrix} x_{1e} & x_{2e} & x_{3e} & x_{4e} \end{bmatrix}^T \text{ dan } u_e \quad (3.4)$$

Jika Persamaan (3.4) disubstitusikan ke dalam Persamaan (3.1), maka laju perubahan *state* akan bernilai 0 sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x_e) + h(x_e, u_e) \\ 0 &= f(x_e) + h(x_e, u_e) \end{aligned} \quad (3.5)$$

sehingga dapat ditentukan nilai titik ekuilibrium untuk Sistem Pendulum Kereta, yaitu:

$$x_e = \begin{bmatrix} k & n\pi & 0 & 0 \end{bmatrix}^T ; \quad u_e = 0 \quad (3.6)$$

dimana k adalah bilangan *real* dan n adalah bilangan bulat.

Dari Persamaan (2.10) didapatkan model linear dari Sistem Pendulum Kereta dengan menurunkan secara parsial $f(x)$ terhadap x dan $h(x, u)$ terhadap u sehingga diperoleh

$$\dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) \quad , \quad i = 1, 2 \quad (3.7)$$

dengan $x = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \end{bmatrix}^T$

$$A_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(x)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1(x)}{\partial x_2} & \frac{\partial f_1(x)}{\partial x_3} & \frac{\partial f_1(x)}{\partial x_4} \\ \frac{\partial f_2(x)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2(x)}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2(x)}{\partial x_3} & \frac{\partial f_2(x)}{\partial x_4} \\ \frac{\partial f_3(x)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_3(x)}{\partial x_2} & \frac{\partial f_3(x)}{\partial x_3} & \frac{\partial f_3(x)}{\partial x_4} \\ \frac{\partial f_4(x)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_4(x)}{\partial x_2} & \frac{\partial f_4(x)}{\partial x_3} & \frac{\partial f_4(x)}{\partial x_4} \end{bmatrix} \bigg|_{x=x^*} ; \quad B_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial h_1(x, u)}{\partial u} \\ \frac{\partial h_2(x, u)}{\partial u} \\ \frac{\partial h_3(x, u)}{\partial u} \\ \frac{\partial h_4(x, u)}{\partial u} \end{bmatrix} \bigg|_{x=x^*}$$

Dalam kontrol *tracking*, kereta dipaksa untuk mengikuti sinyal referensi yang diberikan dengan tetap mempertahankan batang pendulum pada sudut 0 rad. Sesuai dengan Persamaan (3.6), linearisasi hanya dapat dilakukan pada x_1 dan x_2 sedangkan nilai untuk x_3 dan x_4 dipilih 0. Karena nilai x_1 tidak berpengaruh, maka x_1 dipilih 0 sehingga linearisasi akan dilakukan pada nilai x_2 saja, yaitu di titik $x_2=0$ rad dan $x_2=\pm 0,2965$ rad dengan sinyal kontrol $u=0$.

Untuk titik kerja pertama, dipilih:

$$x = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad \text{dan} \quad u = 0$$

maka diperoleh,

$$\dot{x}(t) = A_1 x(t) + B_1 u(t) \quad (3.8)$$

dengan

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1,0000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1,0000 \\ 0 & 0,2524 & 0 & -0,0001 \\ 0 & 15,0319 & 0 & -0,0079 \end{bmatrix} ; \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0,8272 \\ 1,2370 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

Untuk titik kerja kedua, dipilih:

$$x = \begin{bmatrix} 0 & 0,2965 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad \text{dan} \quad u = 0$$

maka diperoleh,

$$\dot{x}(t) = A_2 x(t) + B_2 u(t) \quad (3.10)$$

dengan

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1,0000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1,0000 \\ 0 & 0,2078 & 0 & -0,0001 \\ 0 & 14,2815 & 0 & -0,0079 \end{bmatrix} ; \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0,8254 \\ 1,1804 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

Matriks keluaran dan matriks transmisi langsung untuk kedua titik kerja tersebut adalah

$$C_1 = C_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} ; \quad D_1 = D_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

Persamaan (3.8) dan (3.10) merupakan model linear dari Sistem Pendulum Kereta pada dua titik kerja, yaitu di sekitar titik $x_2 = 0$ rad dan $x_2 = \pm 0,2965$ rad. Algoritma untuk linearisasi Sistem Pendulum Kereta dapat dilihat pada Lampiran A.2.

3.2 Pemodelan *Fuzzy Takagi-Sugeno*

Pemodelan *fuzzy* T-S dapat dibentuk berdasarkan hasil linearisasi Sistem Pendulum Kereta dengan melinearisasi pada dua titik kerja, yaitu $x_2 = 0$ rad dan $x_2 = \pm 0,2965$ rad. Oleh karena itu, model *fuzzy* T-S yang digunakan memiliki dua aturan dan satu variabel premis, yaitu sudut pendulum. Desain kontrol yang digunakan mengikuti desain yang ditunjukkan pada Gambar 2.14.

Berdasarkan parameter pada Persamaan (3.9), (3.11) dan (3.12), dapat dibentuk model *fuzzy* T-S untuk Sistem Pendulum Kereta dengan aturan *plant* sebagai berikut:

Aturan *plant* ke-1:

$$\begin{aligned} \textbf{If} \quad & x_2(t) \text{ is } M_1(t) \quad (\text{sekitar } 0 \text{ radian}) \\ \textbf{Then} \quad & \dot{x}(t) = A_1x(t) + B_1u(t) \\ & y(t) = C_1x(t) \end{aligned} \quad (3.13)$$

Aturan *plant* ke-2:

$$\begin{aligned} \textbf{If} \quad & x_2(t) \text{ is } M_2(t) \quad (\text{sekitar } \pm 0,2965 \text{ radian}) \\ \textbf{Then} \quad & \dot{x}(t) = A_2x(t) + B_2u(t) \\ & y(t) = C_2x(t) \end{aligned} \quad (3.14)$$

Pada Tugas Akhir ini digunakan sinyal referensi berupa sinyal sinus dengan amplitudo 0,1 m dan frekuensi 0,1 Hz. Dalam bentuk matematika yang dapat ditulis sesuai dengan Persamaan (3.15).

$$r(t) = A \sin(2\pi ft) \quad (3.15)$$

Transformasi *Laplace* untuk sinyal sinus adalah:

$$L[\sin \omega t] = \frac{\omega}{s^2 + \omega^2} \quad (3.16)$$

Setelah didapat bentuk *Laplace* dari sinyal sinus maka akan didapat persamaan *Laplace* sinyal referensi pada Persamaan (3.17).

$$L[r(s)] = \frac{0,0628}{s^2 + 0,3948} \quad (3.17)$$

Persamaan *state* kompensator pada Persamaan (3.18) dapat dibentuk berdasarkan sinyal referensi tersebut dalam ruang *state* sebagai berikut:

$$\dot{x}_c = A_c x(t) + B_c u(t) \quad (3.18)$$

dengan

$$A_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0,3948 & 0 \end{bmatrix} ; \quad B_c = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,0628 \end{bmatrix}$$

Dari Persamaan (2.35) dan (2.36) dapat dibentuk dua subsistem lup tertutup untuk kedua model linear *plant* Sistem Pendulum Kereta sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} A_1 & 0 \\ -B_c C_1 & A_c \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix} [K_1 \quad K_{c1}]$$

dan

$$\begin{bmatrix} A_2 & 0 \\ -B_c C_2 & A_c \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} B_2 \\ 0 \end{bmatrix} [K_2 \quad K_{c2}]$$

Berdasarkan kedua subsitem tersebut didapatkan enam *state*, sehingga dibutuhkan penentuan enam *pole*. Dalam penentuan *pole*, terlebih dahulu harus menentukan *pole* dominannya. Diasumsikan bahwa setiap subsitem terdiri dari dua *pole* yang dominan sehingga

kedua subsistem tersebut dapat dipandang sebagai sistem orde kedua. Misalkan *pole* lup tertutup yang diinginkan untuk subsistem ke-*i* adalah

$$\lambda_i = [\lambda_{i1} \quad \lambda_{i2} \quad \lambda_{i3} \quad \lambda_{i4} \quad \lambda_{i5} \quad \lambda_{i6}] \quad , \quad i = 1, 2 \quad (3.19)$$

Pada Persamaan (3.19) diperoleh *pole* dominan yaitu, λ_{i1} dan λ_{i2} . *Pole* dominan ini ditentukan berdasarkan rasio peredaman (ξ) dan frekuensi alami tak teredam (ω_n). Untuk meminimalkan *maximum overshoot*, *rise time*, dan *settling time*, kedua *pole* yang dominan dirancang agar subsistem 1 (linearisasi pada $x_2 = 0$ rad) menjadi subsistem redaman kritis dan subsistem 2 (linearisasi pada $x_2 = \pm 0,2965$ rad) menjadi subsistem redaman kurang.

Pole-pole yang lain pada subsistem 1 ditentukan sebagai berikut:

$$\lambda_{i3} = \lambda_{i4} = \lambda_{i5} = \lambda_{i6} = 2\lambda_{i1} \quad (3.20)$$

Sedangkan *pole-pole* lain pada subsistem 2 dapat ditentukan sebagai berikut:

$$\lambda_{23} = \lambda_{24} = \lambda_{25} = \lambda_{26} = 2\Re(\lambda_{21}) \quad (3.21)$$

Setelah menentukan *pole* lup tertutup yang diinginkan, dapat diperoleh *state feedback gain* (*K*) dan *gain* kompensator (*K_c*) dengan menggunakan Formulasi Ackerman seperti pada Persamaan (2.39). Berdasarkan nilai gain yang didapat, dapat disusun aturan kontroler *fuzzy* dengan konsep PDC yang sesuai pada persamaan (3.13) dan (3.14) sebagai berikut:

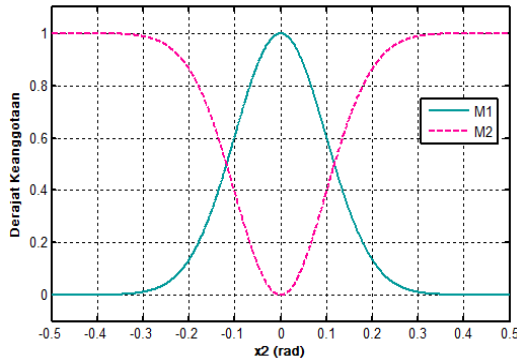
Aturan kontroler ke-1:

$$\begin{array}{ll} \textbf{If} & x_2(t) \text{ is } M_1(t) \quad (\text{sekitar } 0 \text{ radian}) \\ \textbf{Then} & u(t) = -[\bar{K}_1 \quad \bar{K}_{c1}] \begin{bmatrix} x \\ x_c \end{bmatrix} \end{array} \quad (3.22)$$

Aturan *plant* ke-2:

$$\begin{array}{ll} \textbf{If} & x_2(t) \text{ is } M_2(t) \quad (\text{sekitar } \pm 0,2965 \text{ radian}) \\ \textbf{Then} & u(t) = -[\bar{K}_2 \quad \bar{K}_{c2}] \begin{bmatrix} x \\ x_c \end{bmatrix} \end{array} \quad (3.23)$$

Fungsi keanggotaan M_1 dipilih dalam bentuk *Gaussian* seperti pada Gambar 3.1 dengan $c = 0$ dan $\sigma = 0,1$. Sedangkan fungsi keanggotaan M_2 adalah komplemen dari M_1 .



Gambar 3.1 Fungsi Keanggotaan untuk Aturan *Plant* dan Kontroler

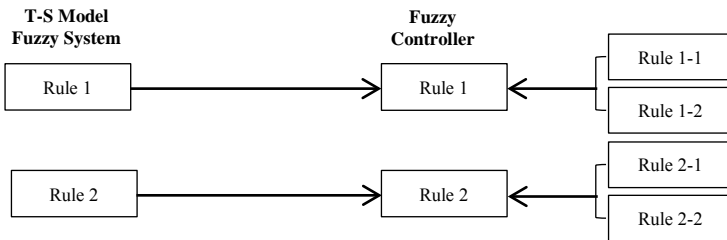
Bentuk matematika untuk fungsi keanggotaan M_1 dan M_2 dapat dituliskan seperti pada Persamaan (3.24).

$$M_1(x_2(t)) = \exp \left[-0,5 \left(\frac{x_2(t)}{0,1} \right)^2 \right]$$

$$M_2(x_2(t)) = 1 - M_1(x_2(t)) \quad (3.24)$$

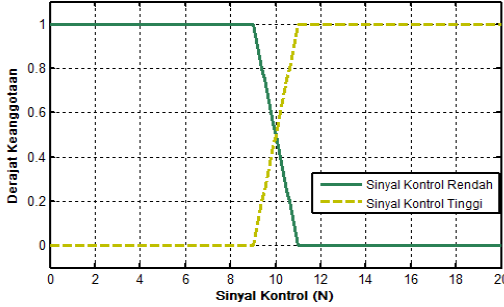
3.3 Perancangan *Fuzzy T-S* dengan PDC-Modifikasi

Pada Subbab 2.6 dikatakan bahwa *state feedback gain* untuk setiap subsistem diperoleh dari beberapa kondisi. Pada Gambar 3.2 menunjukkan susunan dari metode PDC modifikasi dengan dua subsistem. Dari susunan tersebut dapat dilihat bahwa sinyal kontrol untuk setiap subsistem dibagi menjadi dua kondisi yaitu, sinyal kontrol rendah dan sinyal kontrol tinggi.



Gambar 3.2 Susunan PDC Modifikasi untuk 2 Subsistem

Fungsi keanggotaan untuk sinyal kontrol dalam bentuk trapezoid dapat dilihat pada Gambar 3.3.



Gambar 3.3 Fungsi Keanggotaan Sinyal Kontrol

Untuk menentukan kondisi rendah dan tingginya suatu sinyal kontrol digunakan Persamaan (3.24).

$$u(t) = \sum_{i=1}^2 h_i(z(t))u_i(t) \quad (3.24)$$

dengan

$$u_i = \sum_{i=1}^2 m_i K_i^n x(t)$$

$$m_i = \frac{\mu_i(x_2(t))}{\sum_{i=1}^2 \mu_i(x_2(t))}$$

Karena terdapat dua titik kerja maka akan didapat sinyal kontrol total seperti pada Persamaan (3.25).

$$u_{total}(t) = h_1(z(t))u_1(t) + h_2(z(t))u_2(t) \quad (3.25)$$

dengan

$$u_1 = \left(\frac{\mu_1}{\mu_1 + \mu_2} K_1^1 \right) + \left(\frac{\mu_2}{\mu_1 + \mu_2} K_1^2 \right); u_2 = \left(\frac{\mu_1}{\mu_1 + \mu_2} K_2^1 \right) + \left(\frac{\mu_2}{\mu_1 + \mu_2} K_2^2 \right)$$

maka Persamaan (3.25) akan menjadi:

$$u_{total}(t) = h_1(z(t)) \left(\left(\frac{\mu_1}{\mu_1 + \mu_2} K_1^1 \right) + \left(\frac{\mu_2}{\mu_1 + \mu_2} K_1^2 \right) \right) (t) \\ + h_2(z(t)) \left(\left(\frac{\mu_1}{\mu_1 + \mu_2} K_2^1 \right) + \left(\frac{\mu_2}{\mu_1 + \mu_2} K_2^2 \right) \right) (t)$$

Selanjutnya akan dicari nilai *gain* kompensator dan *state feedback gain* dengan menggunakan metode *pole placement* sehingga akan didapat empat *state feedback gain* yaitu, K_1^1 dan K_2^1 yang menghasilkan sinyal kontrol tinggi untuk subsistem 1 dan 2, sedangkan K_1^2 dan K_2^2 menghasilkan sinyal kontrol rendah. Jika dituliskan dalam aturan *fuzzy* akan menjadi:

Aturan 1 : *If* $x_2(t)$ *is* $M_1(t)$ (0 rad) *and* $|u(t)|$ *is* “high”

$$\text{Then } u(t) = -\bar{K}_1^1 \bar{x}(t)$$

$$\text{dengan } \bar{K}_1^1 = \begin{bmatrix} K_1^1 & K_{c1} \end{bmatrix} \text{ dan } \bar{x}(t) = \begin{bmatrix} x \\ x_c \end{bmatrix}$$

Aturan 2 : *If* $x_2(t)$ *is* $M_1(t)$ (0 rad) *and* $|u(t)|$ *is* “small”

$$\text{Then } u(t) = -\bar{K}_1^2 \bar{x}(t)$$

$$\text{dengan } \bar{K}_1^2 = \begin{bmatrix} K_1^2 & K_{c2} \end{bmatrix} \text{ dan } \bar{x}(t) = \begin{bmatrix} x \\ x_c \end{bmatrix}$$

Aturan 3 : *If* $x_2(t)$ *is* $M_2(t)$ ($\pm 0,2965$ rad) *and* $|u(t)|$ *is* “high”

$$\text{Then } u(t) = -\bar{K}_2^1 \bar{x}(t)$$

$$\text{dengan } \bar{K}_2^1 = \begin{bmatrix} K_2^1 & K_{c3} \end{bmatrix} \text{ dan } \bar{x}(t) = \begin{bmatrix} x \\ x_c \end{bmatrix}$$

Aturan 4 : *If* $x_2(t)$ *is* $M_2(t)$ ($\pm 0,2965$ rad) *and* $|u(t)|$ *is* “small”

$$\text{Then } u(t) = -\bar{K}_2^2 \bar{x}(t)$$

$$\text{dengan } \bar{K}_2^2 = \begin{bmatrix} K_2^2 & K_{c4} \end{bmatrix} \text{ dan } \bar{x}(t) = \begin{bmatrix} x \\ x_c \end{bmatrix}$$

---Halaman ini sengaja dikosongkan---

BAB IV

HASIL SIMULASI DAN IMPLEMENTASI

Pada bab ini akan membahas mengenai hasil-hasil yang didapatkan dari simulasi yang dilakukan menggunakan *software* MATLAB maupun implementasi pada *plant* Sistem Pendulum-Kereta. Simulasi dilakukan berdasarkan perancangan yang telah dijelaskan pada Bab 3. Kemudian hasil dari simulasi yang telah dilakukan pada *software* akan digunakan sebagai acuan untuk implementasi sistem kontrol pada *plant* Sistem Pendulum-Kereta “*Digital Pendulum Mechanical Unit 33-200*” dari *Feedback Instrument Ltd.*

4.1. Variabel dan Parameter yang Digunakan

Simulasi dilakukan dengan memberikan titik kerja sebesar 0 rad dan 0,2965 rad. Sedangkan pada implementasi pemberian kondisi awal dilakukan dengan mengangkat pendulum secara manual dan dilepas pada sudut tertentu. Sinyal referensi yang diberikan yaitu berupa sinyal sinusoidal.

Variabel yang digunakan dalam simulasi dan implementasi adalah *pole* (λ), K , dan K_c . Sedangkan parameter yang digunakan adalah nilai dari ω_n untuk kondisi tinggi (*high*) dan rendah (*low*) pada setiap titik kerja. Rasio peredaman (ζ) untuk simulasi dan implementasi dipilih $\zeta_1=1$ dan $\zeta_2=0,8$. Pada simulasi dilakukan beberapa percobaan dengan nilai ω_n yang berbeda. Tujuannya adalah untuk melihat sejauh mana perbedaan nilai tersebut dapat berpengaruh pada respon sistem. Nilai ω_n untuk setiap percobaan dapat dilihat pada Tabel 4.1.

Tabel 4.1 Nilai ω_n untuk Setiap Percobaan

Titik Kerja	Percobaan 1	Percobaan 2	Percobaan 3
0 rad	High : $\omega_{11} = 1,2$ Low : $\omega_{12} = 1,0$	High : $\omega_{31} = 1,3$ Low : $\omega_{32} = 1,2$	High : $\omega_{51} = 1,5$ Low : $\omega_{52} = 1,4$
0.2965 rad	High : $\omega_{21} = 1,5$ Low : $\omega_{22} = 1,4$	High : $\omega_{41} = 1,7$ Low : $\omega_{42} = 1,6$	High : $\omega_{61} = 1,9$ Low : $\omega_{62} = 1,8$

Dengan menggunakan program MATLAB, maka diperoleh nilai *pole-pole*, gain kontroler dan gain kompensator yang masing-masing dapat dilihat pada Tabel 4.2, Tabel 4.3, dan Tabel 4.4.

Tabel 4.2 Nilai $Pole (\lambda)$ untuk Setiap Percobaan

Percobaan ke-	Nilai λ
Percobaan 1	$\lambda_1 = [-1,2 \ -1,2 \ -2,4 \ -2,4 \ -2,4 \ -2,4]$ $\lambda_2 = [-1 \ -1 \ -2 \ -2 \ -2 \ -2]$ $\lambda_3 = [-1,2+0,9i \ -1,2-0,9i \ -2,4 \ -2,4 \ -2,4 \ -2,4]$ $\lambda_4 = [-1,12+0,84i \ -1,12+0,84i \ -2,24 \ -2,24 \ -2,24 \ -2,24]$
Percobaan 2	$\lambda_5 = [-1,3 \ -1,3 \ -2,6 \ -2,6 \ -2,6 \ -2,6]$ $\lambda_6 = [-1,2 \ -1,2 \ -2,4 \ -2,4 \ -2,4 \ -2,4]$ $\lambda_7 = [-1,36+1,02i \ -1,36-1,02i \ -2,72 \ -2,72 \ -2,72 \ -2,72]$ $\lambda_8 = [-1,28+0,96i \ -1,28-0,96i \ -2,56 \ -2,56 \ -2,56 \ -2,56]$
Percobaan 3	$\lambda_9 = [-1,5 \ -1,5 \ -3 \ -3 \ -3 \ -3]$ $\lambda_{10} = [-1,4 \ -1,4 \ -2,8 \ -2,8 \ -2,8 \ -2,8]$ $\lambda_{11} = [-1,52+1,14i \ -1,52-1,14i \ -3,04 \ -3,04 \ -3,04 \ -3,04]$ $\lambda_{12} = [-1,44+1,08i \ -1,44-1,08i \ -2,88 \ -2,88 \ -2,88 \ -2,88]$

Tabel 4.3 Nilai K untuk Setiap Percobaan

Percobaan ke-	Nilai K
Percobaan 1	$K_1 = [-15,7291 \ 70,1458 \ -12,7154 \ 18,1978]$ $K_2 = [-7,1553 \ 49,7994 \ -7,1062 \ 12,8299]$ $K_3 = [-19,0073 \ 75,8345 \ -14,3081 \ 20,1641]$ $K_4 = [-14,1584 \ 65,8936 \ -11,4554 \ 17,4917]$
Percobaan 2	$K_5 = [-22,1051 \ 82,7150 \ -16,4319 \ 21,4916]$ $K_6 = [-15,7291 \ 70,1458 \ -12,7154 \ 18,978]$ $K_7 = [-32,2906 \ 99,5853 \ -21,4687 \ 26,5266]$ $K_8 = [-24,9951 \ 87,0251 \ -17,6301 \ 23,1647]$
Percobaan 3	$K_9 = [-40,3935 \ 113,5560 \ -26,0667 \ 29,5515]$ $K_{10} = [-30,2276 \ 97,1188 \ -20,8554 \ 25,2581]$ $K_{11} = [-51,5470 \ 129,3241 \ -30,9015 \ 34,4779]$ $K_{12} = [-41,0759 \ 113,6374 \ -25,8746 \ 30,2851]$

Tabel 4.4 Nilai K_c untuk Setiap Percobaan

Percobaan ke-	Nilai K_c
Percobaan 1	$K_{c1} = [-36,1270 \ 129,2826]$ $K_{c2} = [-23,9657 \ 39,4046]$ $K_{c3} = [-16,5101 \ 191,5899]$ $K_{c4} = [-20,9349 \ 127,3804]$

Percobaan ke-	Nilai K_c
Percobaan 2	$K_{c5}=[-37,5220 \ 208,8885]$ $K_{c6}=[-36,1270 \ 129,2826]$ $K_{c7}=[15,2265 \ 391,4628]$ $K_{c8}=[-5,4536 \ 277,9330]$
Percobaan 3	$K_{c9}=[-14,5435 \ 474,6420]$ $K_{c10}=[-31,7821 \ 321,1085]$ $K_{c11}=[101,2805 \ 723,8011]$ $K_{c12}=[49,2724 \ 537,9250]$

4.2. Hasil Simulasi

Pengujian simulasi untuk sistem kontrol *tracking* disimulasikan dengan menggunakan Simulink/MATLAB R2010b. Simulasi ini dilakukan dengan menguji kontroler di berbagai kondisi sudut awal, berbagai kombinasi nilai ω_n , dan berbagai gangguan. Diagram simulink yang digunakan dapat dilihat pada Gambar 3.3.

4.2.1. Hasil Simulasi dengan Berbagai Kondisi Awal

Pada simulasi dilakukan dengan memberikan kondisi awal yang bervariasi, sebesar 0,2 rad, 0,3 rad, dan 0,4 rad. Nilai ω_n yang digunakan berdasarkan nilai dari percobaan 3. Hasil respon posisi kereta dalam satuan meter untuk tiga kondisi awal ditunjukkan pada Gambar 4.1. Sinyal referensi yang digunakan yaitu berupa sinyal sinusoidal dengan amplitudo 0,1 m dan frekuensi 0,1 Hz.

Dapat dilihat bahwa hasil respon posisi kereta untuk kondisi awal sudut pendulum 0,3 rad dan 0,4 rad memiliki bentuk yang serupa berbeda dengan ketika kondisi awal sudut pendulum 0,2 rad. Saat kondisi awal sudut pendulum 0,2 rad memiliki hasil respon *overshoot* yang lebih kecil yaitu sebesar 0,169 meter dengan *peak time* 1,56 detik dan *undershoot* sebesar -0,304 meter dengan *peak time* 0,44 detik. Ketika berada pada kondisi awal 0,3 rad, hasil respon memiliki nilai *overshoot* dan *undershoot* yang besar yaitu di 0,216 meter dan di -0,4 meter dengan masing-masing *peak time* 1,45 detik dan 0,308 detik. Sedangkan pada kondisi 0,4 rad, besar nilai *overshoot* dan *undershoot* tidak berbeda jauh dengan kondisi awal sudut 0,3 rad yaitu sebesar 0,215 meter dan -0,4 meter dengan *peak time* yaitu 1,45 detik dan 0,305 detik. Pada waktu sekitar $\pm 8,5$ detik, untuk tiga sudut awal yang berbeda, respon posisi kereta mampu mengikuti sinyal referensi yang

diberikan. Performansi *tracking* untuk ketiga simulasi dihitung berdasarkan nilai *Integral Squared Error* (ISE). Nilai ISE simulasi untuk sudut awal 0,2 rad, 0,3 rad, dan 0,4 rad berturut-turut adalah 0,06886, 0,1109, dan 0,1114.

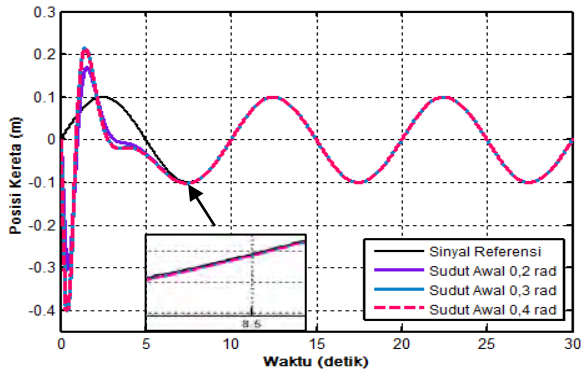
Respon sudut pendulum untuk tiga kondisi awal dapat dilihat pada Gambar 4.2. Kondisi awal di 0,2 rad memiliki *overshoot* maksimal sebesar 0,075 rad di 1,3 detik dan *undershoot* maksimal -0,159 rad di 0,45 detik. Nilai *overshoot* mencapai 0,105 rad pada saat kondisi 0,3 rad dengan *peak time* di 1,225 detik dan nilai *undershoot* sebesar -0,23 rad dengan *peak time* di 0,43 detik. Sedangkan pada saat kondisi awal 0,4 rad memiliki nilai *overshoot* sebesar 0,105 rad dengan *peak time* di 1,22 detik dan nilai *undershoot* -0,2035 dengan *peak time* di 0,43 detik. Untuk ketiga sudut awal, sudut pendulum dapat stabil pada sudut sekitar 0 rad dalam waktu sekitar 4 detik.

Hasil respon untuk sinyal kontrol berupa gaya yang diberikan pada kereta dalam satuan Newton (N) ditunjukkan pada Gambar 4.3. Besar *overshoot* dan *undershoot* pada kondisi 0,2 rad yaitu 5,7 N dan 22 N dengan masing-masing *peak time* di 0,35 detik dan 0 detik. Sedangkan pada kondisi 0,3 rad, nilai *overshoot* dan *undershoot* sebesar 9,5 N dan 34,3 N dengan *peak time* di 0,37 detik dan 0 detik. Pada kondisi 0,4 rad, nilai *overshoot* berada pada 9,2 rad di 0,36 detik. Untuk nilai *undershoot* berada pada 45 N di 0 detik.

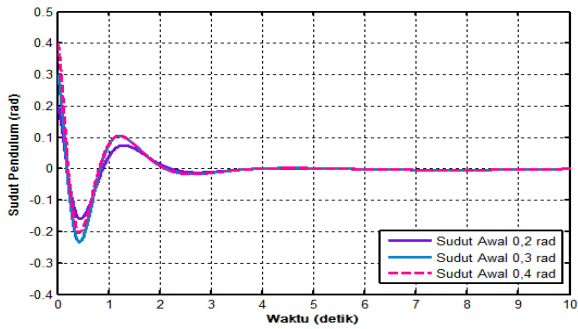
Perbandingan nilai hasil simulasi respon dengan berbagai kondisi awal ditunjukkan pada Tabel 4.5. Dari Tabel 4.5 dapat diambil kesimpulan bahwa semakin kecil nilai kondisi awal sudut pendulum yang diberikan maka semakin kecil respon sinyal kontrol yang dihasilkan pada titik maksimum maupun titik minimumnya.

Tabel 4.5 Perbandingan Nilai Hasil Simulasi Respon dengan Berbagai Kondisi Awal

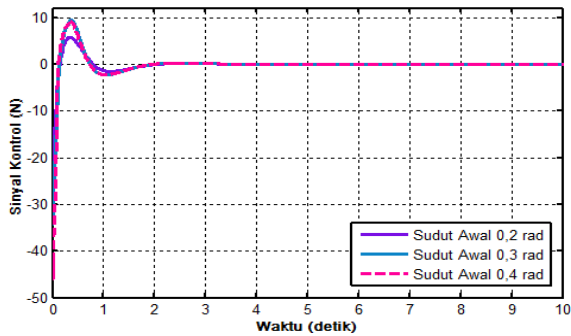
Kriteria	Kondisi Awal					
	<i>Overshoot</i>			<i>Undershoot</i>		
	0,2	0,3	0,4	0,2	0,3	0,4
Posisi Kereta (meter)	0,169	0,216	0,215	-0,304	-0,4	-0,4
Sudut Pendulum (rad)	0,075	0,105	0,105	-0,159	-0,23	0,2035
Sinyal Kontrol (N)	5,7	9,5	9,2	-22	-34,3	45



Gambar 4.1 Respon Posisi Kereta untuk Berbagai Kondisi Awal



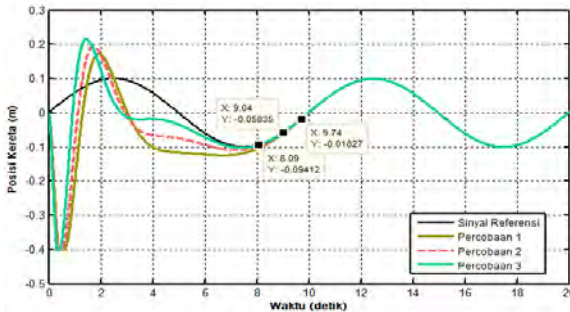
Gambar 4.2 Respon Sudut Pendulum untuk Berbagai Kondisi Awal



Gambar 4.3 Sinyal Kontrol untuk Berbagai Kondisi Awal

4.2.2. Hasil Simulasi dengan Kombinasi ω_n

Untuk menguji performansi dilakukan beberapa percobaan dengan memberikan nilai yang berbeda untuk ω_n seperti yang ditunjukkan pada Tabel 4.1. Pada Gambar 4.4 menunjukkan respon posisi kereta dalam satuan meter untuk berbagai kombinasi ω_n . Dapat diamati bahwa ketika waktu sekitar 0,3 detik kereta bergerak ke posisi yang berlawanan dengan sinyal referensi, yaitu pada posisi -0,4 m untuk ketiga percobaan. Kemudian, dari Gambar 4.4, juga dapat dilihat bahwa respon posisi kereta mengalami *overshoot* maksimal masing-masing sekitar 0,175 meter, 0,195 meter, dan 0,215 meter. Tetapi kereta mampu mengikuti sinyal referensi masing-masing setelah 9,74 detik, 9,04 detik, dan 8,09 detik. Perbandingan nilai hasil simulasi respon posisi kereta berbagai kombinasi ω_n dapat dilihat pada Tabel 4.6.



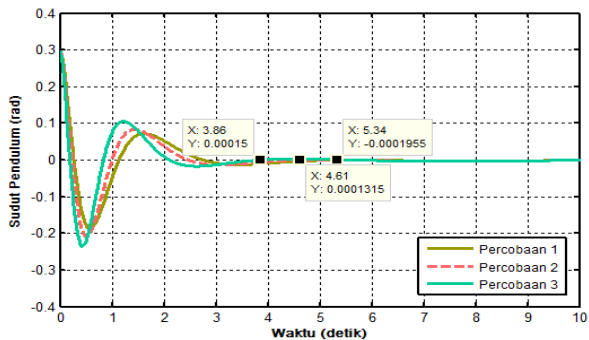
Gambar 4.4 Respon Posisi Kereta untuk Berbagai Kombinasi ω_n

Tabel 4.6 Perbandingan Nilai Hasil Simulasi Respon Posisi Kereta dengan Berbagai Kombinasi ω_n

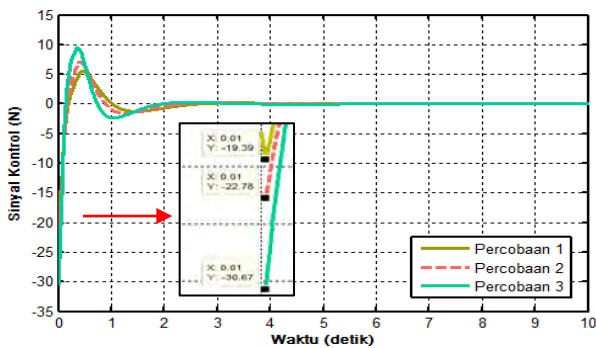
Percobaan ke-	<i>Overshoot</i>	ISE	<i>Settling Time</i>
Perc. 1	0,175 m	0,346	9,74 s
Perc. 2	0,195 m	0,312	9,04 s
Perc. 3	0,215 m	0,284	8,09 s

Respon sudut pendulum untuk tiga nilai ω_n yang berbeda ditunjukkan pada Gambar 4.5. Posisi sudut pendulum diukur terhadap sumbu vertikal dengan posisi sudut 0 rad berada pada posisi terbalik. Dari Gambar 4.5, dapat diamati bahwa pada percobaan 1 memiliki

performansi yang cukup baik dibandingkan dengan yang lain. Hal ini dapat dibuktikan dengan nilai *overshoot* maksimal dan *undershoot* maksimal yang kecil yaitu sebesar 0,071 rad dan -0,187 rad. Sedangkan untuk percobaan 2 dan 3 memiliki *overshoot* maksimal sebesar 0,083 rad dan 0,1054 rad dan *undershoot* maksimal sebesar -0,2081 rad dan -0,2351 rad. Untuk tiga kombinasi ω_n yang berbeda, posisi sudut pendulum dapat stabil pada sudut sekitar 0 rad masing-masing setelah 5,34 detik, 4,61 detik, dan 3,86 detik. Sinyal kontrol dalam satuan Newton (N) dapat dilihat pada Gambar 4.6. Dapat dilihat bahwa nilai maksimum dari sinyal kontrol untuk tiga percobaan adalah -19,39 N, -22,78 N, -30,67 N. Perbandingan Nilai Hasil Respon Simulasi untuk Berbagai Kombinasi ω_n pada sudut pendulum dan sinyal kontrol dapat dilihat pada Tabel 4.7



Gambar 4.5 Respon Sudut Pendulum untuk Berbagai Kombinasi ω_n



Gambar 4.6 Sinyal Kontrol untuk Berbagai Kondisi ω_n

Tabel 4.7 Perbandingan Nilai Hasil Respon Simulasi Sudut Pendulum dan Sinyal Kontrol dengan Berbagai Kombinasi ω_n

Perc. ke-	<i>Overshoot</i>		<i>Steady state</i>	
	Sudut Pendulum (rad)	Sinyal Kontrol (N)	Sudut Pendulum	Sinyal Kontrol
Perc. 1	0,071	5,548	5,34 s	5,06 s
Perc. 2	0,083	7,145	4,61 s	4,38 s
Perc. 3	0,105	9,517	3,86 s	3,5 s

Berdasarkan Tabel 4.6 dan Tabel 4.7 dapat disimpulkan bahwa ketiga percobaan dengan ω_n mampu mengikuti sinyal referensi dengan mempertahankan batang pendulum pada posisi terbalik. Semakin besar nilai ω_n , semakin cepat kereta dapat mengikuti sinyal referensi. Tetapi semakin besar nilai *overshoot* yang dihasilkan. Namun hasil sinyal kontrol yang melebihi batasan sinyal kontrol yang ditentukan, yaitu $u_{\max} = 17,5$ N.

4.2.3. Hasil Simulasi dengan Gangguan

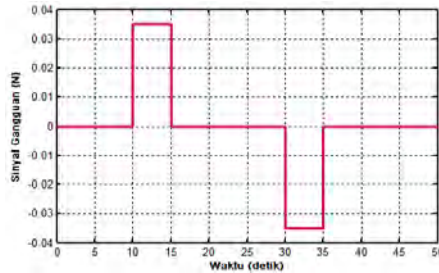
Setelah dilakukan pengujian pada kondisi sudut awal dan nilai ω_n yang bervariasi, berikut akan dilakukan pengujian performansi sistem kontrol *tracking* dengan pemberian gangguan. Nilai ω_n yang digunakan yaitu nilai ω_n pada Percobaan 2. Gangguan yang diberikan berupa sinyal pulsa yang ditunjukkan pada Gambar 4.7. Nilai dari gangguan dapat dituliskan dalam bentuk matematika sebagai berikut:

$$w(t) = \begin{cases} 0,35N & 10 \leq t \leq 15 \\ -0,35N & 30 \leq t \leq 35 \\ 0N & etc \end{cases} \quad (4.1)$$

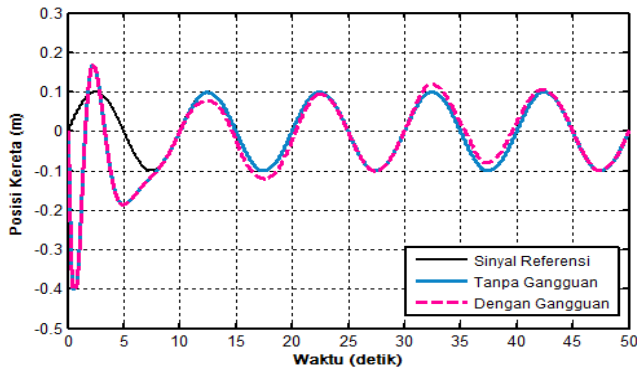
Hasil respon posisi kereta dengan gangguan dapat dilihat pada Gambar 4.8. Dari gambar tersebut tampak bahwa kereta berusaha melawan gangguan yang diberikan sehingga terjadi penyimpangan terhadap sinyal referensi. Saat diberi gangguan pada detik ke-10, kereta mengalami penyimpangan sebesar 0,0427 meter dan saat detik ke-30, penyimpangan yang terjadi sebesar 0,0494 meter dari sinyal referensi. Nilai ISE simulasi dengan gangguan adalah sebesar 0,2619.

Hasil simulasi sudut pendulum dengan gangguan dapat dilihat pada Gambar 4.9. Saat gangguan diberikan, sudut pendulum mengalami

penyimpangan sebesar 0,003 rad pada saat $t=10$ detik dan -0,0007 rad pada saat $t=30$ detik. Ketika gangguan dihilangkan, sudut pendulum mengalami penyimpangan kembali sebesar -0,003 rad pada saat $t=15$ detik dan 0,0007 rad saat $t=35$ detik.

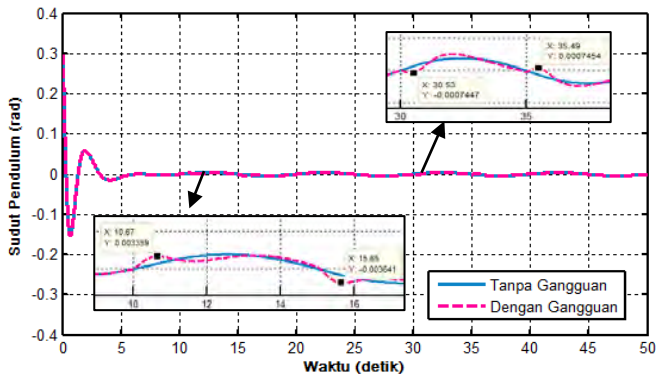


Gambar 4.7 Sinyal Gangguan pada Simulasi

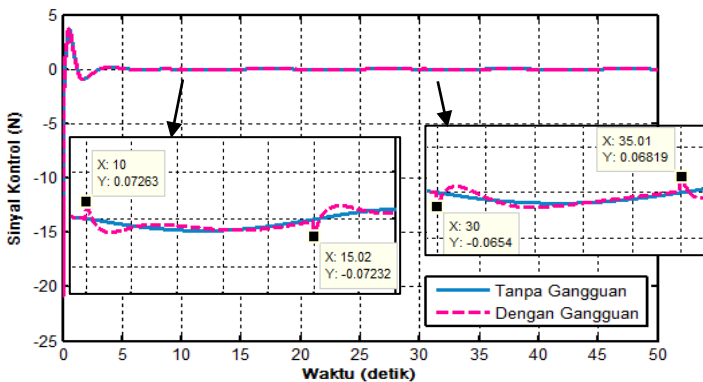


Gambar 4.8 Respon Posisi Kereta dengan Gangguan

Sinyal kontrol yang dihasilkan oleh kontroler untuk simulasi ini dapat dilihat pada Gambar 4.10. Pada gambar tersebut dapat diamati bahwa pada saat diberikan gangguan, sinyal kontrol mengalami penyimpangan sebesar 0,07 N saat detik ke-10 dan -0,07 N saat detik ke-15. Sinyal kontrol kembali mengalami penyimpangan sebesar -0,06 N pada saat detik ke-30 dan 0,06 N saat detik ke-35. Adanya simpangan pada sinyal kontrol menunjukkan bahwa gangguan dapat dikompensasi oleh kontroler yang dirancang. Hasil penyimpangan untuk respon hasil simulasi dengan gangguan dapat dilihat pada Tabel 4.8.



Gambar 4.9 Respon Sudut Pendulum dengan Gangguan



Gambar 4.10 Sinyal Kontrol dengan Gangguan

Tabel 4.8 Waktu Penyimpangan Respon Hasil Simulasi dengan Gangguan

Kriteria	Waktu Penyimpangan			
	$t=10$ s	$t=15$ s	$t=30$ s	$t=35$ s
Posisi Kereta	0,0427 m	-0,0427 m	-0,0494 m	0,0494 m
Sudut pendulum	0,003 rad	-0,003 rad	-0,0007 rad	0,0007 rad
Sinyal Kontrol	0,07 N	-0,07 N	-0,06 N	0,06 N

4.2.4. Hasil Simulasi Perbandingan PDC Konvensional dan PDC Modifikasi

Perbandingan respon posisi kereta menggunakan aturan kontrol PDC konvensional dan PDC modifikasi ditunjukkan pada Gambar 4.13. Dapat diamati bahwa ketika waktu sekitar $\pm 0,35$ detik kereta bergerak ke posisi yang berlawanan dengan sinyal referensi, yaitu pada posisi $-0,4$ m dua aturan kontrol tersebut. Selain itu, dari Gambar 4.11, juga dapat dilihat bahwa respon posisi kereta untuk PDC konvensional mencapai nilai *overshoot* maksimal sebesar $0,1843$ m pada saat $t = 1,78$ detik dan mencapai nilai *undershoot* maksimal sebesar $-0,4$ m saat $t = 0,35$ detik. Sedangkan respon posisi kereta untuk PDC modifikasi memiliki nilai *overshoot* maksimal, yaitu sekitar $0,2162$ m saat $t = 1,45$ detik. Nilai *undershoot* maksimal untuk PDC modifikasi mencapai $0,4$ m saat $t = 0,308$ detik. Kereta mampu mengikuti sinyal referensi pada saat $9,11$ detik untuk PDC Konvensional. Sedangkan pada PDC Modifikasi, kereta mampu mengikuti sinyal referensi pada waktu 8 detik. Nilai ISE simulasi untuk PDC konvensional sebesar $0,1597$ dan PDC modifikasi sebesar $0,111$.

Hasil respon posisi sudut pendulum untuk dua aturan kontrol dapat dilihat pada Gambar 4.12. Nilai *overshoot* maksimum dan *undershoot* maksimum yang terjadi pada respon sudut pendulum menggunakan PDC konvensional, yaitu sekitar $0,076$ rad dan $-0,2035$ rad. Pada PDC Modifikasi, mempunyai nilai *overshoot* maksimum dan *undershoot* maksimum sebesar $0,105$ rad dan $-0,2329$ rad. Tetapi untuk mencapai posisi 0 rad, PDC Modifikasi lebih cepat dibandingkan dengan PDC Konvensional, yaitu sekitar $3,93$ detik.

Sinyal kontrol menggunakan aturan kontrol PDC konvensional dan PDC modifikasi ditunjukkan pada Gambar 4.13. Dapat diamati bahwa respon menggunakan PDC konvensional membutuhkan sinyal kontrol minimum sebesar $-21,2$ N dan sinyal kontrol maksimum $6,69$ N. Sedangkan PDC modifikasi membutuhkan sinyal kontrol maksimum sebesar $9,57$ N dan sinyal kontrol minimum sebesar $-33,52$ N. Perbandingan hasil respon posisi kereta antara PDC Konvensional dan PDC Modifikasi dapat dilihat pada Tabel 4.9. Sedangkan perbandingan hasil respon sudut pendulum dan sinyal kontrol antara PDC Konvensional dan PDC Modifikasi ditunjukkan pada Tabel 4.10.

Berdasarkan Tabel 4.9 dan Tabel 4.10 dapat disimpulkan bahwa PDC Konvensional mempunyai nilai maksimum (*overshoot*) yang lebih kecil dibandingkan dengan PDC Modifikasi pada setiap responnya.

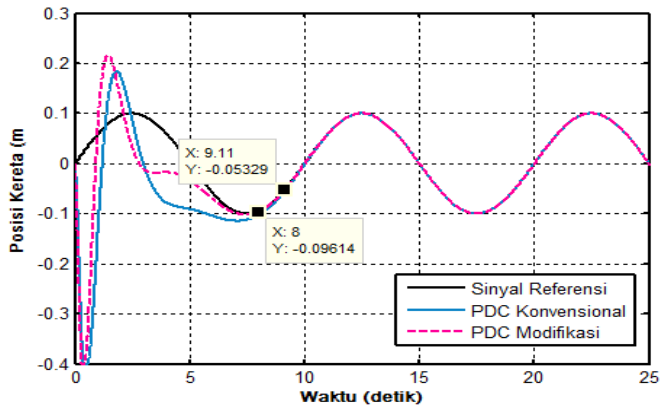
Tetapi dalam mengikuti sinyal referensi, PDC Modifikasi mempunyai *settling time* yang cepat yaitu sekitar 8 detik. Hal ini disebabkan oleh nilai dari ω_n yang menyebabkan respon menjadi lebih cepat.

Tabel 4.9 Perbandingan Nilai Hasil Simulasi Respon Posisi Kereta PDC Konvensional dan PDC Modifikasi

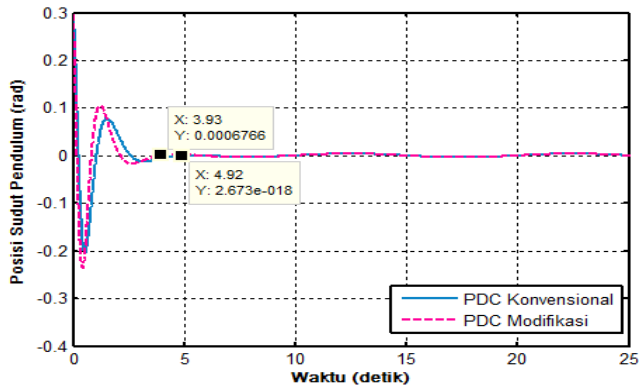
Kriteria	Overshoot	Undershoot	Settling Time	ISE
PDC Konvensional	0,1843 m	-0,4 m	9,11 s	0,1597
PDC Modifikasi	0,2163 m	-0,4 m	8 s	0,111

Tabel 4.10 Perbandingan Nilai Hasil Simulasi Respon Sudut Pendulum dan Sinyal Kontrol PDC Konvensional dan PDC Modifikasi

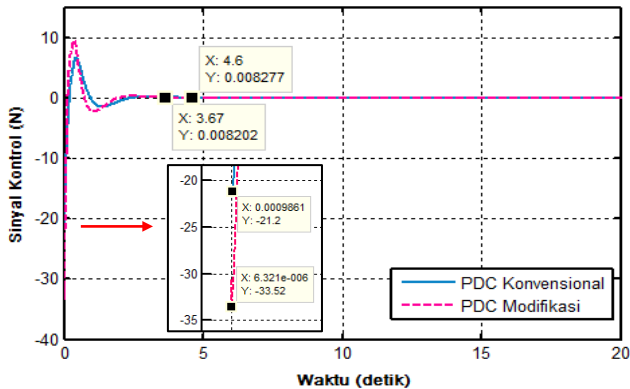
Kriteria	Sudut Pendulum (rad)			Sinyal Kontrol (N)		
	Over shoot	Under shoot	Steady State	Over shoot	Under shoot	Steady State
PDC Konvensional	0,076	-0,2035	4,92	6,64	-21,2	4,6
PDC Modifikasi	0,105	-0,2329	3,93	9,57	-33,52	3,67



Gambar 4.11 Respon Posisi Kereta PDC Konvensional dan PDC Modifikasi



Gambar 4.12 Respon Posisi Sudut Pendulum PDC Konvensional dan PDC Modifikasi



Gambar 4.13 Sinyal Kontrol PDC Konvensional dan PDC Modifikasi

4.3. Hasil Implementasi

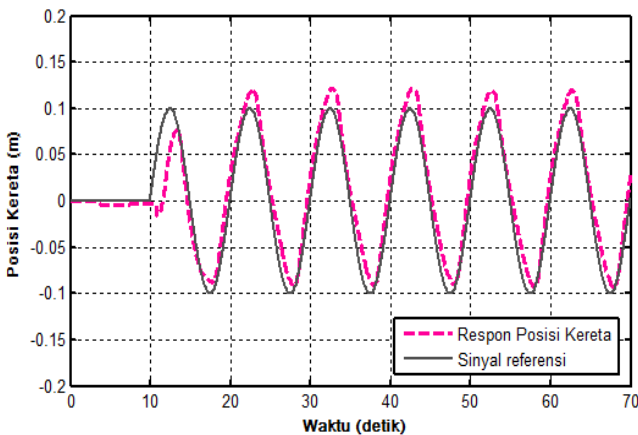
Pengujian implementasi sistem kontrol *tracking* dilakukan pada *plant* nyata Sistem Pendulum-Kereta “*Digital Pendulum Mechanical Unit 33-200*” dari *Feedback Instrument Ltd* dengan menggunakan *software* Simulink MATLAB 6.5.1. Diagram blok Simulink untuk implementasi dapat dilihat pada Gambar 3.4. Parameter dari hasil perhitungan di simulasi yang akan digunakan dalam implementasi adalah parameter pada percobaan 2 yang dapat dilihat pada Tabel 4.1.

4.3.1. Hasil Implementasi Tanpa Gangguan

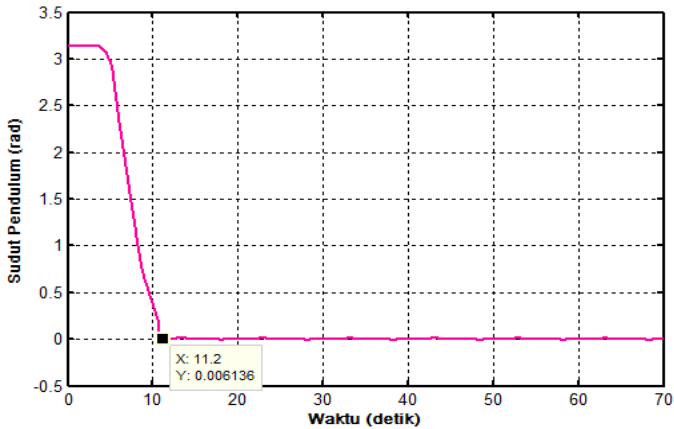
Hasil implementasi respon posisi kereta dengan sinyal referensi berupa sinyal sinusoidal dapat dilihat pada Gambar 4.16. Pada implementasi, *plant* nyata dari Sistem Pendulum-Kereta diberikan *initial condition* sebesar 0,2. Dapat dilihat bahwa kereta hasil implementasi mencoba mengikuti sinyal referensi setelah ± 13 detik. Respon posisi kereta memiliki selisih amplitudo maksimum terhadap sinyal referensi sebesar 0,03 meter. Kereta mampu mengikuti sinyal referensi, tetapi masih terdapat *overshoot* yang terjadi.

Respon sudut pendulum untuk implementasi dapat dilihat pada Gambar 4.17. Respon diukur terhadap sumbu vertikal, dimana posisi terbalik berada di 0 rad. Dari gambar ini, dapat diamati bahwa pendulum mampu mencapai posisi di sekitar 0 rad dalam waktu sekitar 11 detik. Pada respon ini tidak terdapat *overshoot* dan *undershoot*. Saat keadaan tunak, respon sudut pendulum mengalami osilasi maksimum sebesar $\pm 0,015$ rad. Dari penjelasan diatas, dapat disimpulkan bahwa respon sudut pendulum hasil implementasi memiliki performansi yang baik.

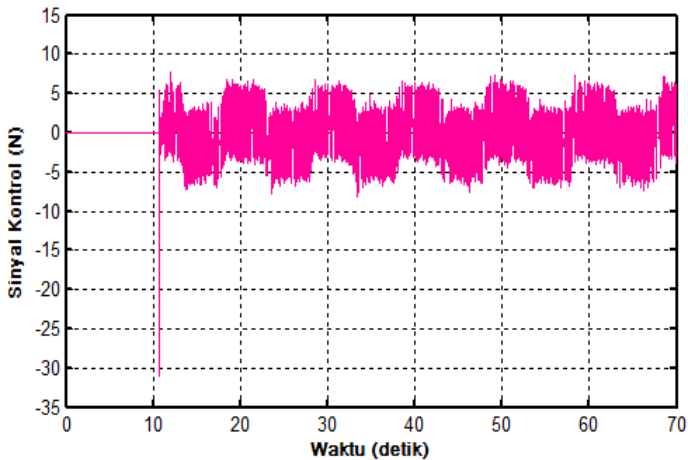
Sedangkan, hasil respon untuk sinyal kontrol pada implementasi dapat dilihat pada Gambar 4.20. Sinyal kontrol absolut maksimum sebesar 31,2 N terjadi ketika batang pendulum dibawa ke posisi 0 rad. Setelah batang pendulum mencapai kestabilan pada sudut 0 rad, sinyal kontrol bekerja untuk menggerakkan kereta agar mengikuti sinyal referensi sehingga menyebabkan osilasi sebesar ± 5 N.



Gambar 4.14 Respon Posisi Kereta Hasil Implementasi



Gambar 4.15 Respon Sudut Pendulum Hasil Implementasi

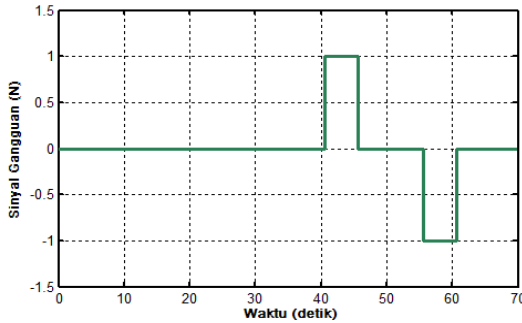


Gambar 4.16 Sinyal Kontrol Hasil Implementasi

4.3.2. Hasil Implementasi dengan Gangguan

Seperti simulasi, pengujian performansi sistem kontrol pada implementasi dilakukan dengan memberikan gangguan pada sinyal kontrol. Gangguan yang diberikan berupa sinyal pulsa yang ditunjukkan pada Gambar 4.21. Nilai dari gangguan dapat dituliskan dalam bentuk matematika sebagai berikut:

$$w(t) = \begin{cases} 1N & 40 \leq t \leq 45 \\ -1N & 55 \leq t \leq 60 \\ 0N & \text{etc} \end{cases}$$



Gambar 4.17 Sinyal Gangguan

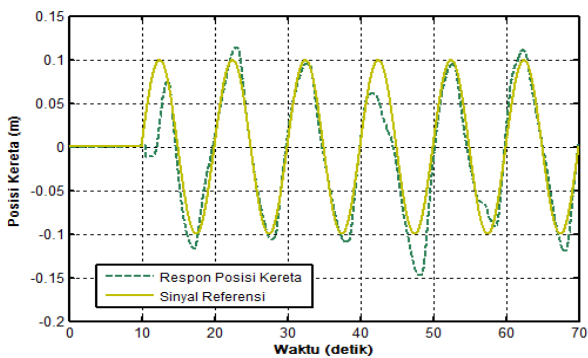
Hasil implementasi respon posisi kereta dapat dilihat pada Gambar 4.18. Dapat dilihat bahwa kereta hasil implementasi mencoba mengikuti sinyal referensi setelah ± 13 detik. Pada detik ke-40 sampai detik ke-45, kereta mengalami penyimpangan sebesar 0,05 meter dari sinyal referensi.

Respon sudut pendulum dengan gangguan ditunjukkan pada Gambar 4.19. Saat diberikan gangguan, posisi sudut pendulum mengalami penyimpangan dari posisi 0 rad, yaitu sekitar 0,01 rad saat $t=40$ detik dan -0,006 rad saat $t=45$ detik. Pada saat $t=55$ detik dan $t=60$ detik, sudut pendulum mengalami penyimpangan sebesar -0,006 rad dan 0,006 rad. Respon ini memiliki osilasi yang sama dengan kondisi tanpa gangguan yaitu sebesar 0,015 rad. Dari penjelasan tersebut, dapat disimpulkan bahwa Sistem Pendulum-Kereta mampu menjaga kestabilan batang pendulum meskipun telah diberi gangguan.

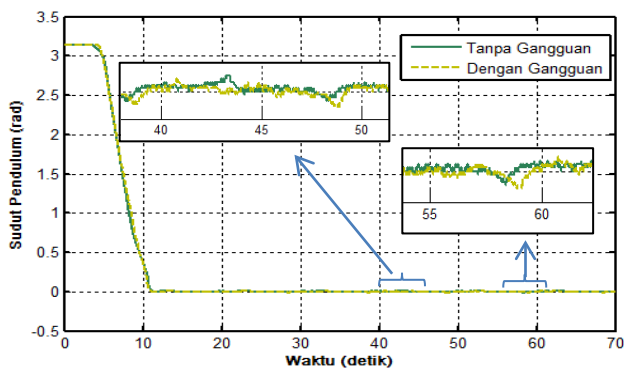
Sinyal kontrol yang dihasilkan untuk implementasi dengan gangguan dapat dilihat pada Gambar 4.20. Dapat dilihat bahwa pada $t=40$ detik dan $t=50$ detik, respon tidak memiliki penyimpangan. Saat $t=45$ detik terdapat penyimpangan sebesar -10,33 N dan saat $t=60$ detik respon kembali mengalami penyimpangan sebesar 10,03 N. Hasil penyimpangan untuk respon hasil Implementasi dengan gangguan dapat dilihat pada Tabel 4.11.

Tabel 4.11 Waktu Penyimpangan Respon Hasil Implementasi dengan Gangguan

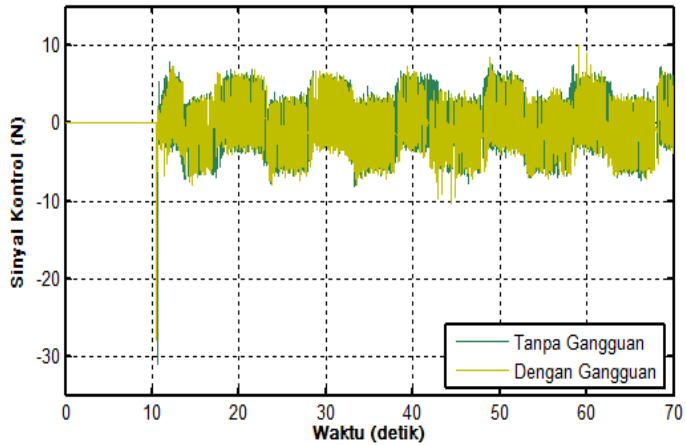
Kriteria	Waktu Penyimpangan			
	$t=40$ s	$t=45$ s	$t=55$ s	$t=60$ s
Posisi Kereta	0,05 m	-0,05 m	0,04 m	-0,02 m
Sudut Pendulum	0,01 rad	-0,006 rad	-0,006 rad	0,006 rad
Sinyal Kontrol	-	-10,33 N	-	10,03 N



Gambar 4.18 Respon Posisi Kereta Hasil Implementasi dengan Gangguan



Gambar 4.19 Respon Sudut Pendulum Hasil Implementasi dengan Gangguan



Gambar 4.20 Sinyal Kontrol Hasil Implementasi dengan Gangguan

BAB V PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Setelah melakukan pengujian pada Tugas Akhir ini menggunakan sistem kontrol *fuzzy* Takagi-Sugeno dengan konsep PDC Modifikasi, dapat diambil kesimpulan sebagai berikut:

1. Metode PDC Modifikasi mampu membuat kereta mengikuti sinyal referensi berupa sinyal sinusoidal. Pada PDC Modifikasi, respon posisi kereta mempunyai *settling time* yang lebih cepat dalam mengikuti sinyal referensi yaitu saat $t=8$ detik dengan nilai maksimum (*overshoot*) yang lebih tinggi sebesar 0,2163 meter. Sedangkan PDC Konvensional mempunyai nilai maksimum (*overshoot*) yang lebih kecil sebesar 0,1843 meter. Tetapi dalam mengikuti sinyal referensi, PDC Konvensional mempunyai *settling time* yang lambat yaitu pada saat $t=9,11$ detik.
2. Kontrol *tracking* dengan menggunakan PDC Modifikasi mampu membuat batang pendulum pada posisi 0 rad. Batang pendulum mencapai *steady state* saat $t=4,92$ detik untuk PDC Konvensional dan pada PDC Modifikasi mencapai *steady state* lebih cepat yaitu saat $t=4,92$ detik.
3. Begitu pula pada sinyal kontrol, PDC Modifikasi mempunyai nilai *overshoot* dan *undershoot* lebih besar dibandingkan PDC Konvensional yaitu sekitar 9,57 N dan -33,52 N dan mencapai *steady state* pada saat $t=3,67$ detik. Sedangkan pada PDC Konvensional mempunyai nilai *overshoot* dan *undershoot* lebih kecil yaitu sekitar 6,64 N dan -21,2 N tetapi dalam mencapai *steady state* PDC Konvensional mempunyai respon yang lebih lambat yaitu pada saat $t=4,6$ detik.
4. Ketika diberi gangguan, kontroler yang dirancang mampu mengikuti sinyal referensi meskipun terjadi penyimpangan pada saat $10 \leq t \leq 15$ dan $30 \leq t \leq 35$. Pada respon posisi kereta, respon mengalami penyimpangan saat $t=10$ detik sebesar 0,0427 meter dan pada $t=30$ detik sebesar -0,0494 meter. Setelah gangguan dihilangkan, kereta kembali dapat mengikuti sinyal referensi. Sedangkan pada respon sudut pendulum, saat $t=10$ detik mengalami penyimpangan sebesar 0,003 rad dan -0,0007 rad pada

saat $t=30$ detik. Penyimpangan juga terjadi pada sinyal kontrol. Saat $t=10$ detik, sinyal kontrol mengalami penyimpangan sebesar 0,07 Newton dan saat $t=30$ detik penyimpangan yang terjadi sebesar -0,06 Newton.

5.2 Saran

Pada Tugas Akhir ini penulis menyarankan untuk mencoba nilai ω_n yang berbeda agar diperoleh respon yang lebih baik dan agar tidak mengabaikan model gaya gesek sehingga didapat hasil simulasi yang lebih baik.

LAMPIRAN A

A.1 Penurunan Persamaan *State* Sistem Pendulum-Kereta

Persamaan *state* dari Sistem Pendulum-Kereta diperoleh dari analisis pergerakan gerak sesuai Hukum Newton II yang ditunjukkan pada Persamaan (A.1).

$$\sum F = ma \quad (\text{A.1})$$

Pada Sistem Pendulum-Kereta terjadi dua pergerakan yaitu gerak translasi dan gerak rotasi. Pada gerak translasi, gaya-gaya yang bekerja ditinjau dari dua sumbu, yaitu horizontal (x) dan vertikal (y). Persamaan gerak translasi pada bidang horizontal (x) yang dapat ditulis seperti pada Persamaan (A.2)

$$\sum F_x = ma_x \quad (\text{A.2})$$

Sesuai Gambar 2.4 (a), dapat dilihat bahwa gaya-gaya yang bekerja pada bidang horizontal adalah gaya kontrol (u) dan gaya gesek (T_c). Massa keseluruhan sistem (m) merupakan jumlah dari massa kereta (m_c) dan massa pendulum (m_p). Persamaan percepatan pusat massa pada bidang horizontal adalah

$$a_x = (x_1 - l \sin x_2)'' \quad (\text{A.3})$$

Persamaan (2.1) diperoleh dari Persamaan (A.2) dan Persamaan (A.3), yang dapat diuraikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} u - T_c &= (m_c + m_p)(x_1 - l \sin x_2)'' \\ u - T_c &= (m_c + m_p)(x_1' - x_2' l \cos x_2)' \\ u - T_c &= (m_c + m_p)(x_1'' - x_2'' l \cos x_2 + (x_2')^2 l \sin x_2)' \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

Persamaan gerak transasi pada bidang vertikal dapat ditulis sebagai berikut:

$$\sum F_y = ma_y \quad (\text{A.5})$$

Gaya-gaya yang bekerja pada bidang vertikal dapat dilihat pada Gambar 2.4 (b). Dapat dilihat bahwa terdapat gaya normal (V) dan berat sistem, yaitu $(m_c + m_p)g$. Percepatan pusat massa pada bidang vertikal dapat dilihat pada Persamaan (A.6)

$$a_y = (l \cos x_2)'' \quad (\text{A.6})$$

Berdasarkan Persamaan (A.5) dan (A.6), akan diperoleh Persamaan (2.2) yang dapat diuraikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} V - (m_c + m_p)g &= (m_c + m_p)(l \cos x_2)'' \\ V &= (m_c + m_p)g + (m_c + m_p)(-lx_2' \sin x_2)' \\ V &= (m_c + m_p)g + (m_c + m_p)(-lx_2'' \sin x_2 - l(x_2')^2 \cos x_2) \\ V &= (m_c + m_p)(g - lx_2'' \sin x_2 - l(x_2')^2 \cos x_2) \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

Sedangkan persamaan gerak rotasi dapat ditulis seperti pada Persamaan (A.8).

$$\sum \tau = J\alpha \quad (\text{A.8})$$

dengan τ adalah torsi yang bekerja pada sistem dan α adalah percepatan sudut. Momen inersia sistem dilambangkan dengan J . Dari Persamaan (A.8), akan diperoleh Persamaan (2.3) yang dapat diuraikan seperti Persamaan (A.9).

$$\begin{aligned} (u - T_c)l \cos x_2 + Vl \sin x_2 - D_p &= Jx_2'' \\ (u - T_c)l \cos x_2 + Vl \sin x_2 - f_p x_4 &= Jx_2'' \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

dengan D_p adalah momen gesek yang diakibatkan oleh gerak putar pendulum.

Dinamika *state* x_4 (kecepatan sudut pendulum) diperoleh dengan mensubstitusi Persamaan (A.7) ke dalam Persamaan (A.9) sehingga diperoleh Persamaan (A.10).

$$Jx_2'' = (u - T_c)l \cos x_2 - f_p x_4 + (m_c + m_p)(g - lx_2'' \sin x_2 - l(x_2')^2 \cos x_2)l \sin x_2 \quad (\text{A.10})$$

dengan mendefinisikan $\mu = (m_c + m_p)l$, maka diperoleh Persamaan (A.11) yang dapat diuraikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} Jx_4' &= (u - T_c)l \cos x_2 - f_p x_4 + (m_c + m_p)l(g \sin x_2 - lx_4' \sin^2 x_2 \\ &\quad - l(x_2')^2 \cos x_2 l \sin x_2) \\ Jx_4' &= (u - T_c - \mu x_4'^2 \sin x_2)l \cos x_2 + \mu g \sin x_2 - \mu lx_4' \sin^2 x_2 - f_p x_4 \\ x_4'(J + \mu l \sin^2 x_2) &= (u - T_c - \mu x_4'^2 \sin x_2)l \cos x_2 + \mu g \sin x_2 - f_p x_4 \\ x_4' &= \frac{(u - T_c - \mu x_4'^2 \sin x_2)l \cos x_2 + \mu g \sin x_2 - f_p x_4}{J + \mu l \sin^2 x_2} \quad (\text{A.11}) \end{aligned}$$

Sedangkan untuk dinamika *state* x_3 diperoleh dari Persamaan (A.4) dan diketahui $x_1 = x_3$ dan $x_2 = x_4$ sehingga dapat diuraikan seperti Persamaan (A.12).

$$\begin{aligned} u - T_c &= (m_c + m_p)(x_3' - x_4' l \cos x_2 + (x_4')^2 l \sin x_2) \\ (m_c + m_p)x_3' &= u - T_c - \mu x_4'^2 \sin x_2 + \mu x_4' \cos x_2 \quad (\text{A.12}) \end{aligned}$$

dengan, $a = l^2 + J/(m_c + m_p)$ dan melakukan substitusi Persamaan (A.11) ke dalam Persamaan (A.12), maka akan diperoleh Persamaan (A.13) yang dapat diuraikan sebagai berikut:

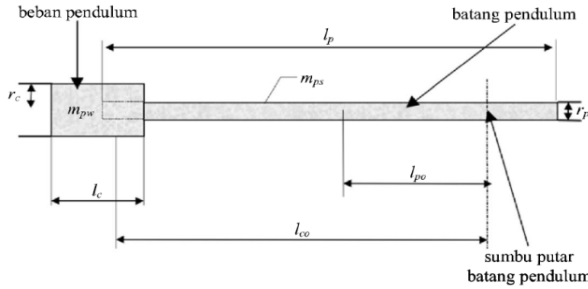
$$(m_c + m_p)x_3' = u - T_c - \mu x_4'^2 \sin x_2 + \frac{\mu l \cos^2 x_2 (u - T_c - \mu x_4'^2 \sin x_2)}{J + \mu l \sin^2 x_2}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\mu l \cos^2 x_2 (\mu g \sin x_2 - f_p x_4)}{J + \mu l \sin^2 x_2} \\
(m_c + m_p) x_3' &= \frac{(J + \mu l \sin^2 x_2)(u - T_c - \mu x_4^2 \sin x_2)}{J + \mu l \sin^2 x_2} \\
& + \frac{\mu l \cos^2 x_2 (u - T_c - \mu x_4^2 \sin x_2)}{J + \mu l \sin^2 x_2} \\
& + \frac{\mu \cos x_2 (\mu g \sin x_2 - f_p x_4)}{J + \mu l \sin^2 x_2} \\
(m_c + m_p) x_3' &= \frac{(J + \mu l)(u - T_c - \mu x_4^2 \sin x_2)}{J + \mu l \sin^2 x_2} \\
& + \frac{\mu \cos x_2 (\mu g \sin x_2 - f_p x_4)}{J + \mu l \sin^2 x_2} \\
x_3' &= \frac{(J + \mu l)l}{(m_c + m_p)l} \frac{(u - T_c - \mu x_4^2 \sin x_2)}{J + \mu l \sin^2 x_2} + \frac{\mu \cos x_2 (\mu g \sin x_2 - f_p x_4)}{(m_c + m_p)l(J + \mu l \sin^2 x_2)} \\
x_3' &= \left(l^2 + \frac{J}{(m_c + m_p)} \right) \frac{(u - T_c - \mu x_4^2 \sin x_2)}{J + \mu l \sin^2 x_2} \\
& + \frac{l \cos x_2 (\mu g \sin x_2 - f_p x_4)}{J + \mu l \sin^2 x_2} \\
x_3' &= \frac{a(u - T_c - \mu x_4^2 \sin x_2) + l \cos x_2 (\mu g \sin x_2 - f_p x_4)}{J + \mu l \sin^2 x_2} \quad (A.13)
\end{aligned}$$

Sehingga dari Persamaan (A.11) dan Persamaan (A.13), dapat diperoleh bentuk persamaan *state* dari Sistem Pendulum-Kereta seperti pada Persamaan (2.4).

Momen inersia dari Sistem Pendulum-Kereta diperoleh dari hasil analisis momen inersia yang diilustrasikan pada Gambar A.1. Dari gambar tersebut diketahui bahwa m_{pw} adalah massa beban pendulum (kg), m_{ps} adalah massa batang pendulum (kg), l_p adalah panjang batang pendulum (m), l_{po} adalah jarak antara titik pusat massa batang pendulum dengan sumbu putar batang pendulum (m), l_c adalah panjang beban

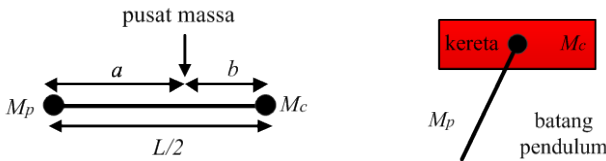
pendulum (m), l_{co} adalah jarak antara titik pusat massa beban pendulum dengan sumbu putar batang pendulum (m), r_p adalah jari-jari batang pendulum (m), dan r_c adalah jari-jari beban pendulum (m). Momen inersia pendulum dari sumbu rotasi pendulum ditunjukkan pada Persamaan (A.14).



Gambar A.1 Ilustrasi Pendulum

$$J_p = m_{pw} \left(\frac{1}{12} l_c^2 + \frac{1}{4} r_c^2 + l_{co}^2 \right) + m_{ps} \left(\frac{1}{12} l_p^2 + \frac{1}{4} r_p^2 + l_{po}^2 \right) \quad (A.14)$$

Untuk kesederhanaan perhitungan, pendulum diasumsikan sebagai silinder dengan ketebalan yang seragam dan memiliki panjang L serta massa m_p . Posisi sumbu putar berada pada pusat massa kereta dan ujung batang pendulum sehingga kereta dapat dipandang sebagai titik massa M_c sedangkan pendulum sebagai titik massa M_p . Titik pusat massa sistem berada di dekat titik pusat massa kereta seperti diilustrasikan pada Gambar A.2. Jika momen inersia dari sumbu tertentu terhadap titik pusat massa dinyatakan dengan J dan momen inersia dari sumbu yang paralel dengan sumbu sebelumnya dan dipisahkan oleh jarak sebesar d dinyatakan dengan J_p , maka hubungan antara J dan J_p dapat dilihat pada Persamaan (A.15).



Gambar A.2 Ilustrasi Momen Inersia Sistem Pendulum-Kereta

$$J_p = J + Md^2 \quad (\text{A.15})$$

Dari Gambar A.2, titik pusat massa sistem dapat dirumuskan seperti pada Persamaan (A.16).

$$\begin{aligned} M_p a &= M_c b \\ a + b &= L/2 \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

Sehingga dari Persamaan (A.15) dan Persamaan (A.16), diperoleh momen inersia sistem terhadap pusat massa seperti pada Persamaan (A.17).

$$J = M_p a^2 + M_p b^2 + \frac{M_p}{12} L^2 \quad (\text{A.17})$$

dengan

$$a = \frac{LM_c}{2(M_p + M_c)} \quad \text{dan} \quad b = \frac{LM_p}{2(M_p + M_c)}$$

Jika Persamaan (A.17) dijabarkan akan didapat bentuk akhir persamaan momen inersia sistem seperti yang ditunjukkan pada Persamaan (A.18).

$$J = \frac{L^2 m_p (4m_c + m_p)}{12(m_c + m_p)} \quad (\text{A.18})$$

Sedangkan jarak pusat massa sistem terhadap sumbu putar ditunjukkan pada Persamaan (A.19).

$$l = \frac{m_p L}{2(m_c + m_p)} \quad (\text{A.19})$$

A.2 Elemen Matrik Linearisasi Model Sistem Pendulum-Kereta

Persamaan sistem nonlinear sebagai berikut:

$$\dot{x} = f(x) + h(x, u) \quad (\text{A.20})$$

Maka dari Persamaan (2.7) akan diperoleh:

$$\begin{aligned}
f_1(x) &= x_3 \\
f_2(x) &= x_4 \\
f_3(x) &= \frac{a(-T_c - \mu x_4^2 \sin x_2) + l \cos x_2 (\mu g \sin x_2 - f_p x_4)}{J + \mu l \sin^2 x_2} \\
f_4(x) &= \frac{l \cos x_2 (-T_c - \mu x_4^2 \sin x_2) + \mu g \sin x_2 - f_p x_4}{J + \mu l \sin^2 x_2}
\end{aligned}$$

dan,

$$\begin{aligned}
h_1(x, u) &= 0 \\
h_2(x, u) &= 0 \\
h_3(x, u) &= \frac{au}{J + \mu l \sin^2 x_2} \\
h_4(x, u) &= \frac{ul \cos x_2}{J + \mu l \sin^2 x_2}
\end{aligned}$$

Adapun elemen-elemen matriks A,

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f_1(x)}{\partial x_1} &= 0, \frac{\partial f_1(x)}{\partial x_2} = 0, \frac{\partial f_1(x)}{\partial x_3} = 1, \frac{\partial f_1(x)}{\partial x_4} = 0 \\
\frac{\partial f_2(x)}{\partial x_1} &= 0, \frac{\partial f_2(x)}{\partial x_2} = 0, \frac{\partial f_2(x)}{\partial x_3} = 0, \frac{\partial f_2(x)}{\partial x_4} = 1 \\
\frac{\partial f_3(x)}{\partial x_1} &= 0 \\
\frac{\partial f_3(x)}{\partial x_2} &= \frac{g \mu l \cos^2 x_2 - a \mu x_4^2 \cos x_2 - l \sin x_2 (\mu g \sin x_2 - f_p x_4)}{J + \mu l \sin^2 x_2} \\
&\quad - \frac{2 \mu l \cos x_2 \sin x_2 (a(-T_c - \mu x_4^2 \sin x_2))}{(J + \mu l \sin^2 x_2)^2} \\
&\quad - \frac{2 \mu l \cos x_2 \sin x_2 (l \cos x_2 (\mu g \sin x_2 - f_p x_4))}{(J + \mu l \sin^2 x_2)^2}
\end{aligned}$$

$$\frac{\partial f_3(x)}{\partial x_3} = \frac{a}{J + \mu l \sin^2 x_2} \frac{\partial T_c}{\partial x_3}$$

$$\frac{\partial f_3(x)}{\partial x_4} = \frac{-2a\mu x_4 \sin x_2 - f_p l \cos x_2}{J + \mu l \sin^2 x_2}$$

$$\frac{\partial f_4(x)}{\partial x_1} = 0$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_4(x)}{\partial x_2} &= \frac{\mu g \cos x_2 - \mu l x_4^2 \cos^2 x_2 - l \sin x_2 (-T_c - \mu x_4^2 \sin x_2)}{J + \mu l \sin^2 x_2} \\ &\quad - \frac{2\mu l \cos x_2 \sin x_2 (l \cos x_2 (-T_c - \mu x_4^2 \sin x_2))}{(J + \mu l \sin^2 x_2)^2} \\ &\quad - \frac{2\mu l \cos x_2 \sin x_2 (\mu g \sin x_2 - f_p x_4)}{(J + \mu l \sin^2 x_2)^2} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial f_4(x)}{\partial x_3} = \frac{l \cos x_2}{J + \mu l \sin^2 x_2} \frac{\partial T_c}{\partial x_3}$$

$$\frac{\partial f_4(x)}{\partial x_4} = \frac{-2\mu l x_4 \cos x_2 \sin x_2 - f_p}{J + \mu l \sin^2 x_2}$$

Sedangkan elemen matriks B adalah:

$$\frac{\partial h_1(x, u)}{\partial u} = 0$$

$$\frac{\partial h_2(x, u)}{\partial u} = 0$$

$$\frac{\partial h_3(x, u)}{\partial u} = \frac{a}{J + \mu l \sin^2 x_2}$$

$$\frac{\partial h_4(x, u)}{\partial u} = \frac{l \cos x_2}{J + \mu l \sin^2 x_2}$$

LAMPIRAN B

B.1 Program untuk Linearisasi dan Menghitung Nilai Gain

```
clc
clear all

g=9.8;
Yc=2.381458;
FS=2.28133;
FC=2.53165;
J=0.0135735;
fp=0.000107433;
myu=0.020819972;
l=0.0167903;
a=0.01122828;

% *** Linierisasi sudut di 0 derajat *** %
[A1,B1,C1,D1]=linmod2('model_pendulum',[0 0 0 0]',0)

% ** Linierisasi sudut di 17 derajat ** %
[A2,B2,C2,D2]=linmod2('model_pendulum',[0 0.2965 0
0]',0)

C=[1 0 0 0];
Cc=[1 0 0 0;0 1 0 0];
D = 0;

%following
Ac = [0 1 ;-0.3948 0];
Bc = [0 0.0628]';

%damping ratio
zetal = 1; %criticallydamped, 0 derajat
zeta2 = 0.8; %underdamped, 17 derajat

disp('SIMULASI 1')
%Natural 0 dera0jat%
Wn11 = 1.2; %high%
Wn12 = 1.0; %low%
%Natural 17 derajat%
Wn21 = 1.5; %high%
Wn22 = 1.3; %low%
```



```

%Persamaan karakteristik orde kedua
%  $s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2$ 
PK1 = [1 2*zeta1*Wn11 Wn11^2];
PK2 = [1 2*zeta1*Wn12 Wn12^2];
PK3 = [1 2*zeta2*Wn21 Wn21^2];
PK4 = [1 2*zeta2*Wn22 Wn22^2];
%akar-akar roots persamaan karakteristik
%0 derajat
rPK1 = roots(PK1);
rPK2 = roots(PK2);
%20 derajat
rPK3 = roots(PK3);
rPK4 = roots(PK4);
%anggota desired pole, 0 derajat (HIGH)
p11 = rPK1(1);
p12 = rPK1(2);
p13 = 2*min(p11,p12);
p14 = 2*min(p11,p12);
p15 = 2*min(p11,p12);
p16 = 2*min(p11,p12);
%anggota desired pole, 0 derajat (LOW)
p21 = rPK2(1);
p22 = rPK2(2);
p23 = 2*min(p21,p22);
p24 = 2*min(p21,p22);
p25 = 2*min(p21,p22);
p26 = 2*min(p21,p22);

%anggota desired pole, 17 derajat (HIGH)
p31 = rPK3(1);
p32 = rPK3(2);
p33 = 2*min(real(p31),real(p32));
p34 = 2*min(real(p31),real(p32));
p35 = 2*min(real(p31),real(p32));
p36 = 2*min(real(p31),real(p32));
%anggota desired pole, 17 derajat (LOW)
p41 = rPK4(1);
p42 = rPK4(2);
p43 = 2*min(real(p41),real(p42));
p44 = 2*min(real(p41),real(p42));
p45 = 2*min(real(p41),real(p42));
p46 = 2*min(real(p41),real(p42));

disp('desired pole 0 derajat')
p1 = [p11 p12 p13 p14 p15 p16] %HIGH
p2 = [p21 p22 p23 p24 p25 p26] %LOW
disp('desired pole 17 derajat')
p3 = [p31 p32 p33 p34 p35 p36] %HIGH
p4 = [p41 p42 p43 p44 p45 p46] %LOW

```

```

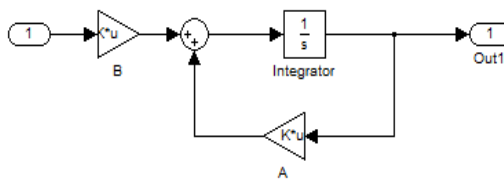
disp('plant daerah linierisasi 0 derajat')
%HIGH
Aa1 = [A1 zeros(4,2); -Bc*C Ac];
Ba1 = [B1; Bc*D];
KK1 = acker(Aa1, Ba1, p1);
K1=KK1(1:4)
Kc1=KK1(5:6)
%LOW
Aa1 = [A1 zeros(4,2); -Bc*C Ac];
Ba1 = [B1; Bc*D];
KK2 = acker(Aa1, Ba1, p2);
K2=KK2(1:4)
Kc2=KK2(5:6)

disp('plant daerah linierisasi 20 derajat')
%HIGH
Aa2 = [A2 zeros(4,2); -Bc*C Ac];
Ba2 = [B2; Bc*D];
KK3 = acker(Aa2, Ba2, p3);
K3=KK3(1:4)
Kc3=KK3(5:6)
%LOW
Aa2 = [A2 zeros(4,2); -Bc*C Ac];
Ba2 = [B2; Bc*D];
KK4 = acker(Aa2, Ba2, p4);
K4=KK4(1:4)
Kc4=KK4(5:6)

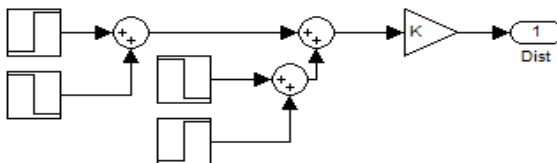
```

B.2. Blok Diagram Simulink

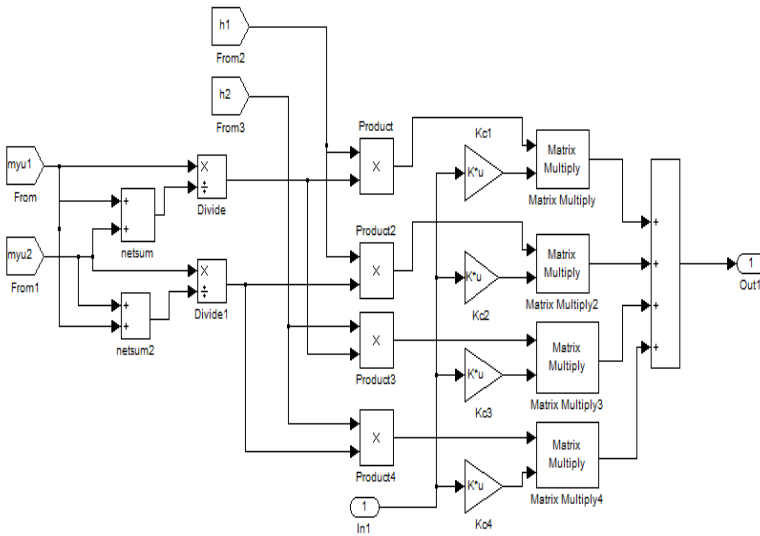
a) Blok Kompensator



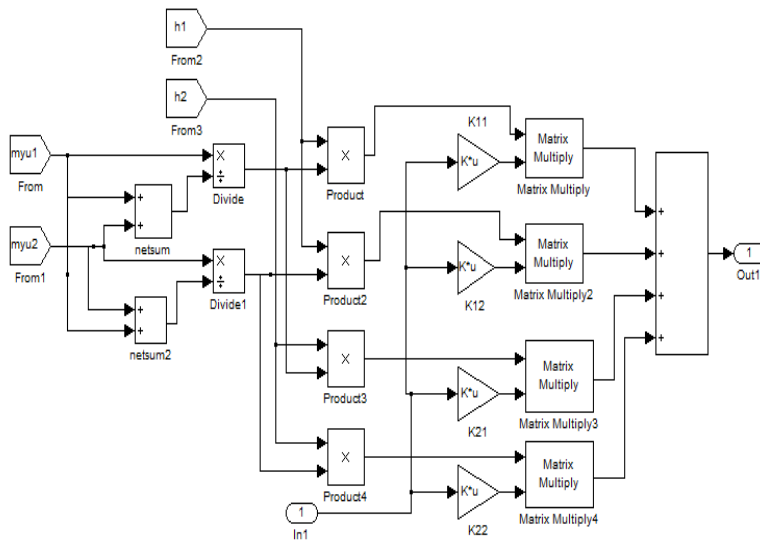
b) Blok Disturbance



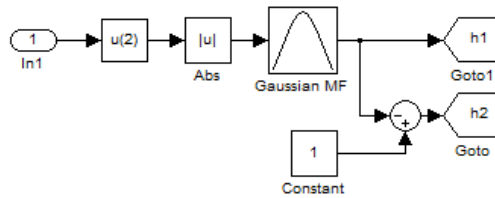
c) Blok Gain Kompensator



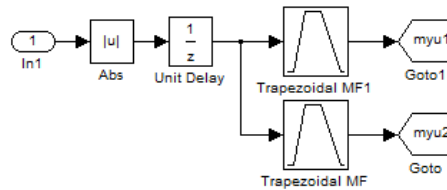
d) Blok Kontroler PDC Modifikasi



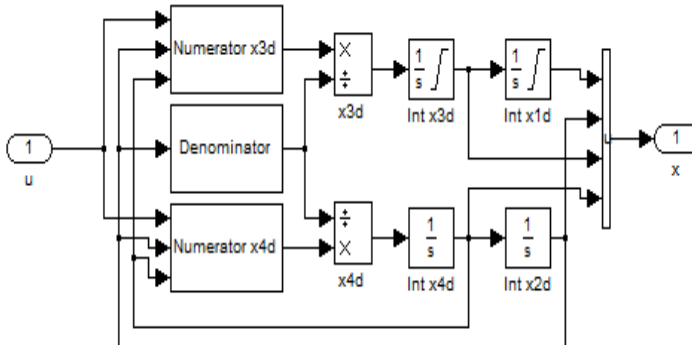
e) Blok MF 1



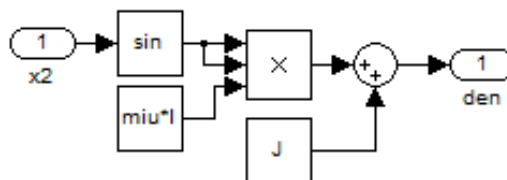
f) Blok MF 2



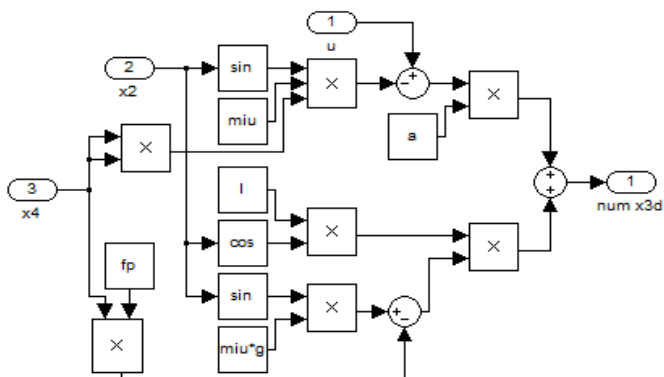
g) Blok Pendulum



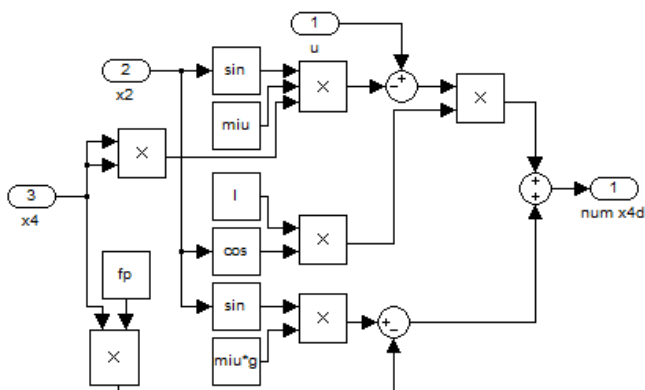
h) Blok Denominator



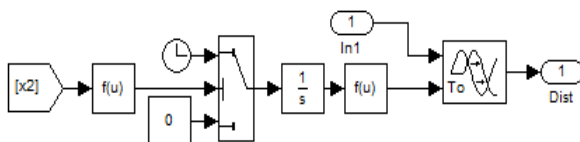
i) Blok Numerator x3



j) Blok Numerator x4



k) Blok Delay



DAFTAR PUSTAKA

- [1] Ashfahani, A., “Kontrol Tracking Pada Sistem Pendulum Terbalik Berbasis Model Fuzzy Takagi-Sugeno Menggunakan Pendekatan BMI”, *Tugas Akhir*, Jurusan Teknik Elektro FTI-ITS, Surabaya, 2010.
- [2] Bahrudin, A., “Implementasi Sistem Kontrol Continuous Tracking Fuzzy pada Plant Inverted Pendulum”, *Proceeding Seminar Tugas Akhir*, Surabaya, 2009.
- [3] Hidayat, Rahmat., “Swing-up dan Tracking pada Pendulum Terbalik Menggunakan Kontrol Fuzzy”, *Proceeding Seminar Tugas Akhir*, Jurusan Teknik Elektro FTI-ITS, Surabaya, 2010.
- [4] Vafae, K., dan Geranmehr, B., “Controlling Inverted Pendulum Using Performance-Oriented PDC Method”, *Journal of Automation and Control*, vol. 2, no. 2 (2014): 39-44. doi: 10.12691/automation-2-2-1.
- [5] Martania, A.D., “Implementasi Nonlinear Quadratic Tracking dengan Regresi Kuadratik untuk Inverted Pendulum”, *Tugas Akhir*, Jurusan Teknik Elektro FTI-ITS, Surabaya, 2007.
- [6] ———, “*Fuzzy Logic Toolbox*”, The Maths Works, 2002.
- [7] Passino, K.M., dan Yurkovich, S., “*Fuzzy Control*”, Ohio State University, Addison Wesley Longman, 1998.
- [8] Reznik, L., “*Fuzzy Controllers*”, Newnes, Oxford, 1997.
- [9] Seidi, M., dan Marzaki, A.H.D., “Performance-oriented Parallel Distributed Compensation”, *Journal of The Franklin Institute*, 2010.
- [10] ———, “*Control in a MATLAB Environment (MATLAB 6.5 Version)*”, Feedback Instruments Ltd., England, 2004.
- [11] Ogata, K., “*Modern Control Engineering-Third Edition*”, Prentice-Hall, New Jersey, 1997.

---Halaman ini sengaja dikosongkan---

RIWAYAT HIDUP



Nani Nur'aini Awab Putri lahir di Bontang, Kalimantan Timur pada tanggal 28 Juni 1991. Penulis merupakan anak keempat dari empat bersaudara. Penulis menyelesaikan pendidikannya di TK Yayasan Pupuk Kaltim (YPK) Bontang, SD Muhammadiyah 1 Samarinda, SMP YPK Bontang, dan SMA YPK Bontang. Pada tahun 2009, penulis melanjutkan studi di D3 Teknik Elektro ITS Surabaya dengan bidang studi *Computer Control* dan lulus pada tahun 2012. Penulis melanjutkan studi di S1 Teknik Elektro

ITS pada tahun 2012 dan memilih bidang studi Teknik Sistem Pengaturan. Pada bulan Januari 2015, penulis mengikuti seminar dan ujian Tugas Akhir sebagai salah satu persyaratan untuk memperoleh gelar Sarjana Teknik Elektro.

---Halaman ini sengaja dikosongkan---